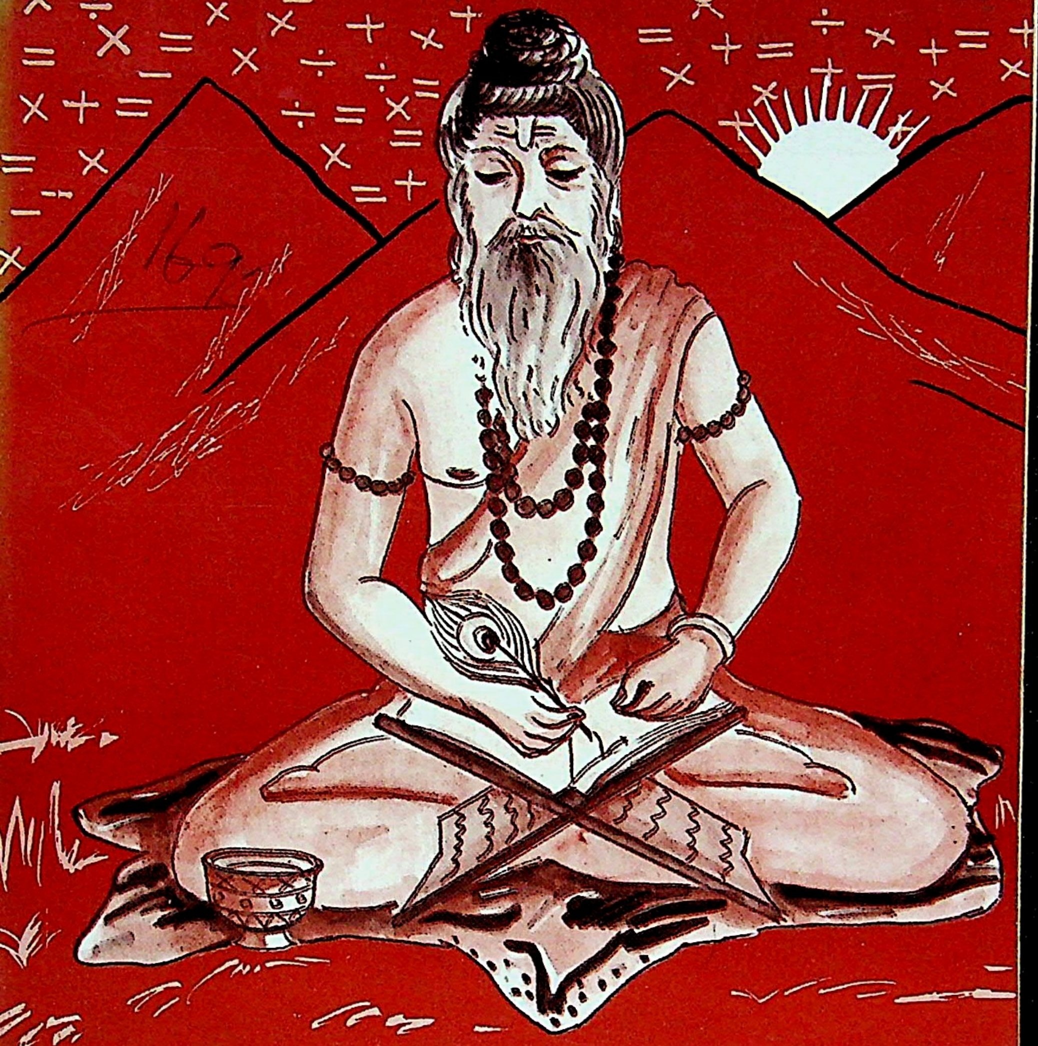
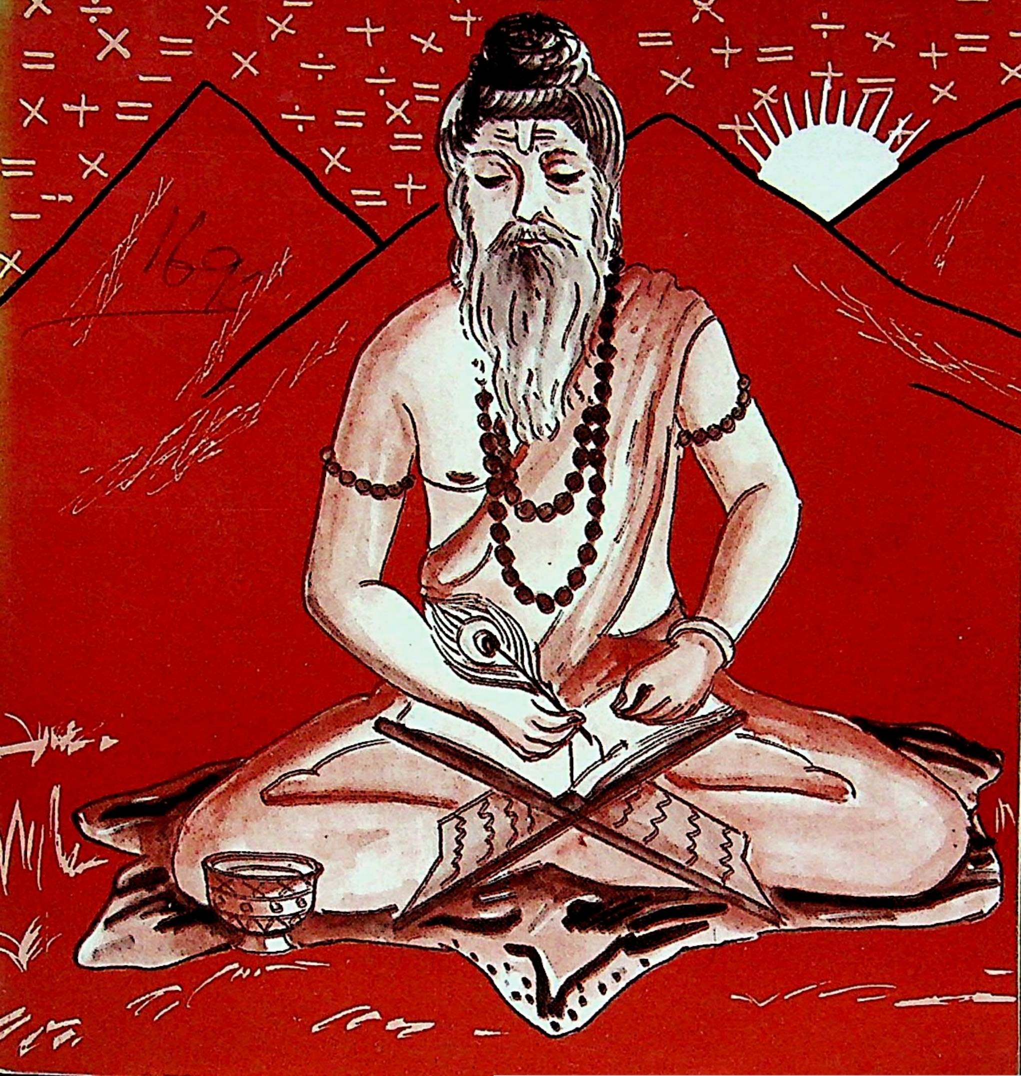
वैदिक गणित



वैदिक गणित



वैदिक गणित

लेखक

रामनाथ शर्मा

सेवा निवृत

प्रधानाचार्य

हिमाचल प्रदेश राजकीय सेवा

समर्पण

वैदिक गणित की यह पुस्तक मैं अपने **गुरूदेव स्व ० श्री भक्त राम जी** की स्मृति में उनको समर्पण करता हूं उन्होंने मुझे इतने परिश्रम एवं लग्न के साथ पाचवीं कक्षा में हमारे ग्राम के स्कूल भगवान चक में पढाया कि उससे जीवन भर के लिए मुझे गणित में रूची हो गई । इसी रूचि के कारण ही सेवा निवृति के बाद भी मैं यह पुस्तक लिख सका ।

रामनाथ शर्मा
बी - 15, सुन्दर नगर
पठानकोट - 145001

मूल्य : 16.00 रुपये

मिलने का पता
तारा पुस्तक भण्डार
बैजनाथ (हिमाचल प्रदेश) - 176125

मुद्रक : न्यू टैक लेजर प्रिन्टर्स,
H-56B, विजय चौक, लक्ष्मी नगर, दिल्ली-110 092
फोन : 2424003

प्रस्तावना

वेद सब ज्ञान का मूल स्रोत हैं। वेद का अर्थ ही ज्ञान होता है। इसे ऋषियों ने परम पिता परमात्मा से अपनी साधना द्वारा प्राप्त किया। भगवान वेद व्यास जी ने इनको ग्रन्थों का रूप दिया। इसके अनन्तर वेद वेदाङ्गों की रचना हुई। तदनत्तर उन पर भाष्य लिखे गए। स्मृतियों की रचना हुई।

आधुनिक युग में गोवर्धन पीठाधीश्वर जगत्गुरू शंकराचार्य भारती कृष्ण तीर्थ जी ने अपनी योग साधना से वैदिक गणितको पुनः विकसित कर उसे प्रयौगिक रूप दिया।

स्वामी जी का जीवन

उनका बचपन का नाम वेंकट रमण था वे बड़े कुशाग्र बुद्धि के विद्यार्थी थे। इन्होंने अपने शिक्षा काल में हर कक्षा में हर विषय में प्रथम स्थान ग्रहण किया।

वे 1903 में अमेरिकन कालिज आफ साईंसिस न्यूयार्क के मुम्बई केन्द्र में स्नातकोत्तर परीक्षा में बैठे। और 1904 में एक साथ सात विषयों में एम.ए. की परीक्षा देकर सभी में उच्चतर स्थान प्राप्त किया। यह अभी एक विश्व रिकार्ड बना हुआ है। इन विषयों में संस्कृत, दर्शन शास्त्र, अंग्रेजी, गणित, एवं विज्ञान के विषय थे।

स्वामी जी ने वेदों में से एक सौ बीस अक्षरों पर आधारित 16 सूत्र ढूंढे। इन 16 सूत्रों के आधार पर ही अंक गणित की सब प्रक्रियाएं, बीज गणित, ज्यौमिति, त्रिकोणमिति एवं उच्चतर गणित की सभी शाखाओं की समस्याएं शीघ्र ही हल हो जाती हैं।

छोटी कक्षाओं के विद्यार्थी ही योग, व्यवकलन, गुणा एवं भाग की कई विधियां सीख जाते हैं। जब प्रश्नों के उत्तर शीघ्र मिलने लगते हैं तो गणित उनको खेल मालूम होने लगता है। जब वैदिक पद्धति से वे अपने उत्तरों की शुद्धता की जांच स्वयं करते हैं तो उनको बहुत ही आनन्द आता है। गणित उनके लिए थकाने वाला एक अरुचि कर विषय नहीं रहता। एवं रुचिकर आनन्द वर्द्धक विषय हो जाता है।

मैं डा. नरेन्द्र पुरि जनपद अभियन्त्रिकी विभाग विश्व विद्यालय रुड़की का आभारी हूं जिन्होंने प्राचीन वैदिक गणित की पुष्प मालाएं लिखकर राष्ट्र की सेवा आरम्भ की है। सरकार ने तो धनाभाव के बहाने इस पद्धति का प्रचलन विद्यालयों में करना अस्वीकार कर दिया था। पर

पुरि जी ने गोष्ठियों और डाक द्वारा प्रशिक्षण द्वारा इसका प्रचार देश भर में आरम्भ कर दिया है। राष्ट्र सदैव उनका आभारी रहेगा।

इंगलैण्ड में विद्धानों ने प्राचीन वैदिक गणित पर बड़ी- बड़ी पुस्तकें लिखी हैं तथा वहां के विद्यालयों में इसका प्रचलन हो गया है। आशा है भारत सरकार भी शीघ्र ही इसको अपना लेगें।

मैंने विद्यार्थियों के लिए इस पुस्तक को सरल भाषा में लिखा है। आशा है गणित क विद्यार्थी और शिक्षक मेरे इस प्रयास से लाभ उठाएंगे।

रामनाथ शर्मा

सूचि पत्र

प्रथम अध्याय

1. संख्याए तथा विनकुलम्

प्रायः संख्याएं लिखते समय जिन अंकों का प्रयोग कया जाता है वे सब धनात्मक होते हैं केवल लघुगणित में ऋणात्मक पूर्णांश पर रेखा खींचकर लिखा जाता है। कम्प्यूटर में ऐसे अंकों का वहुत प्रयोग होता है।

वैदिक गणित में ऐसे प्रयोग को 'विनकुलम्' कहते हैं। इसे ऋणात्मक अंकों पर रेखा खींचकर दर्शाया जाता है। यह वेदों से सीधा कम्प्यूटर में कैसे पहुंचा यह जानने का विषय है इसका प्रयोग किसी संख्या के किसी भी अंक पर हो सकता है। जैसे :-

$$5\bar{3} = 50\text{-}3 = 47$$

$$2\bar{3}7 = 200\text{-}37 = 163$$

इस प्रकार संख्याएं लिखने से संख्याओं का जोड़ना घटाना तो सरल हो ही जाता है। गुणा में 5 से बड़े पहाड़े की आवश्यकता भी नहीं रहती।

1.1 'विनकुलम्' के प्रयोग से एक संख्या को कई प्रकार से लिखा जा सकता है। जैसे

$$5328 = 6000\text{-}672 = 6\bar{6}7\bar{2}$$

$$5328 = 5400\text{-}72 = 547\bar{2}$$

$$5328 = 10000\text{-}4672 = 5\bar{4}\bar{6}7\bar{2}$$

$$5328 = 5330\text{-}2 = 533\bar{2}$$

$$5328 = 6000\text{-}700\text{+}30\text{-}2 = 6\bar{7}3\bar{2}$$

1.2 वैदिक गणित में विनकुलम् का प्रयोग 5 से बड़े अंक को 5 से छोटा बनाने के लिये किया जाता है।

विधियां :-

(1) यदि किसी संख्या में बाईं ओर के अंक को छोड़ शेष सभी अंक 5 या 5 से बड़े हों तो 'निखलं नवतः चरमं दशतः' सूत्र का प्रयोग किया जाता है। अर्थात् दाईं ओर के आखिरी अंक को दस से, शेष का 9 से घटाकर बाईं ओर के अंतिम अंक में 1 जोड़ दिया जाता है। जैसे

$47896 = 50000 - 2104 = 5\bar{2}\bar{1}0\bar{4}$

$357686 = 400000 - 42314 = 4\bar{4}\,\bar{2}\,\bar{3}\,\bar{1}\,\bar{4}$

(ii) यदि किसी संख्या में कोई अंक 5 से बड़ा हो तो उसको 10 से घटाकर ऊपर 'विनकुलम्' लगा देते हैं तथा बाईं ओर के अंक में 1 बढ़ा देते हैं। जैमे

$27482 = 30502 - 3020$

$= 3\bar{3}5\bar{2}2$

और $53628337 = 5\bar{4}4\bar{3}\bar{2}34\bar{3}$

(iii) यदि बीच बीच एक से अधिक अंक 5 या 5 से बड़े हों तो उन सबमें इस सूत्र का प्रयोग होता है। बाईं ओर के पहले बड़े अंक को 10 से तथा शेष को 9 से घटा कर उन पर विनकुलम् लगाकर दाई ओर के छोटे अंक में 1 बढ़ा देते हैं जैसे

$4256358 = 43\bar{4}\,4\bar{4}\bar{4}\,\bar{2}$

(iv) यदि बाईं ओर का अंतिम अंक भी 5 या 5 से बड़ा हो तो उसे भी 9 से घटाकर ऊपर बिलकुल लगा देते हैं और उसके बाईं ओर 1 लिख देते हैं। जैसे $768 = 1\bar{2}\,3\,\bar{2}$

और $56348 = 1\bar{4}\,435\bar{2}$

उद्देश्य यही होता है कि नई संख्या में कोई अंक 5 से बड़ा न रहे।

1.3 'बिलकुलम्' युक्त संख्या को साधारण संख्या में बदलना।

यहाँ फिर 'निखलं नवतः चरमं दशतः सूत्र का ही प्रयोग होता है। विनकुलम् युक्त अंकों के दाईं ओर के पहले अंक को दस से तथा अन्य को 9 से घटा कर लिख देते हैं। और बाईं ओर के साधारण अंक से 1 कम करके लिख देते हैं।

जैसे

$5\,\bar{3}\bar{4} = 466$

$2\bar{3}\bar{4}35 = 16635$

$1\bar{5}\bar{4}2\bar{3} = 4617$

$1\bar{4}\,\bar{3}4\bar{2} = 5738$

$3\bar{2}\,34\bar{3}\,\bar{4} = 277366$

दूसरा अध्याय

वैदिक जांच पद्धति तथा ब्रह्म अंक

वैदिक पद्धति के योग, घटाने तथा गुणा भाग के प्रश्नों के उत्तर बिना दोबारा पूर्व प्रक्रिया को दोहराये ही की जा सकती है। वेदों में 9 के अंक को ब्रह्म अंक कहते हैं। क्योंकि इससे बड़ा अंक कोई नहीं होता। और सभी प्रक्रियाओं में इसी अंक का जादू काम करता है। इसमें कोई अंक जोड़ें योगफल के अंकों का जोड़ इसी अंक के समान होता है।

जैसे $9+5=14$ और $1+4=5$

$9+6=15$ और $1+5=6$ इत्यादि

9 को किसी अंक से गुणा करें। गुणनफल के अंकों का जोड़ 9 ही रहता है।

जैसे $9\times 8=72$ और $7+2=9$

$9\times 6=54$ और $5+4=9$

यदि किसी संख्या को 9 से भाग दें तो शेषफल भाज्य संख्या की एक अंकीय संख्या के बराबर होता है।

जैसे $573 \div 9 = 63\text{-}6$

$5+7+3=15, 1+5=6$

$643 \div 9 = 71\text{-}4$

$6+4+3=13, 1+3=14$

2.1 किसी संख्या को 1 अंकीय संख्या में बदलना

वैदिक पद्धति से प्रश्नों के उत्तरों का जान्च सीखने से पूर्व किसी संख्या को एक संख्या में बदलना आना चाहिये।

2.1.1 573 की एक अंकीय संख्या इस प्रकार बनेंगी

$5+7=12, 1+2=3+3=6$ या $5+7+3=15$

और $1+5=6$

2.1.2 $6537=6+5=11, 1+1=2+3=5, 5+7=12, 1+2=3$

अतः 6537 की एक अंकीय संख्या $=3$

2.1.3 जिस संख्या में कोई अंक 9 या कुछ अंक हों जिनका जोड़ 9 बनता हो तो उन अंकों को छोड़ देते हैं । जैसे यदि 45694 की एक संख्या बनानी हो तो 4,5 का जोड़ 9 होता है और अंक 9 को छोड़ दिया । शेष अंक 6 तथा 4 का जोड़ =10 , 1+0 = 1

अर्थात् 45694 की एक अंकीय संख्या = 1

वैसे भी 4+5+6+9+4 = 28; 2+8 = 10, 1+0 = 1

2.1.4 57692 में 7 और 2 का जोड़ , और 6 और 3 का जोड़ 9 होता है और अंक 9 को भी छोड़ एक अंकीय संख्या = 5

2.1.5 653728 में (6,3), तथा (7,2) को छोड़ने पर शेष अंक 5 और 8 का जोड़ = 13

1+3 = 4 अतः 653728 की एक अंकीय संख्या = 4

2.2 योग की क्रिया की जांच

2.2.1 5764, 7543, 6873 और 9532 का योगफल ज्ञात करो और उत्तर की जाँच करो ।

$$\begin{array}{r} 5\ 7\ 6\ 4 \\ 7\ 5\ 4\ 3 \\ 6\ 8\ 7\ 3 \\ 9\ 5\ 3\ 2 \\ \hline 2\ 9\ 7\ 1\ 2 \end{array}$$

जांच

5764 की एक अंकीय संख्या = 4

7543 की एक अंकीय संख्या = 1

6873 की एक अंकीय संख्या = 6

9532 की एक अंकीय संख्या = 1

सभी एक अंकीय संख्याओं का जोड़ = 12

और 12 की एक संख्या = 3

योगफल 29712 की एक सं ख्या = 3

अतः उत्तर शुद्ध है ।

2.2.2 7583, 4958, 7846 और 6754 का योगफल ज्ञात करो । और उत्तर की जांच करो।

7583+4958+7846+6754 = 27141

अभ्यास होने पर सभी संख्याओं की एक अंकीय संख्या इकट्ठे ही बन जाती है जैसे इस प्रश्न में 7+5 = 12, 1+2 = 3, 3+8 = 11, 1+1 = 2, 2+3 = 5, 5+4 = 9 छोड़ दिया अगला 9 भी छोड़ दिया 5+8 = 13, 1+3 = 4, 4+7 = 11, 1+1 = 2, 2+8 = 10, 1+0 = 1, 1+4 = 5, 5+6 = 11, 1+1 = 2, 2+6 = 8, 8+7 = 15, 1+5 = 6, 6+5 = 11, 1+1 = 2, 2+4 = 6

और उत्तर 27141 की एक संखाया = (2, 7) को छोड़ दिया 1+4+1 = 6

अतः उत्तर शुद्ध है ।

2.3 व्यवकलन की जांच

2.3.1 6732 में से 4639 को घटाओ और उत्तर की जाच वैदिक रीति से करो ।

$$\begin{array}{rrrrr} & 6 & 7 & 3 & 2 \\ - & 4 & 6 & 3 & 9 \\ \hline & 2 & 0 & 9 & 3 \end{array}$$

6732 की एक अंकीय संख्या = 9

4639 की एक अंकीय संख्या = 4

2093 की एक अंकीय संख्या = 5

और 9-4 = 5 या 5+4 = 9

अतः उत्तर शुद्ध है ।

2.3.2 5672 में से 3758 को घटाओ और उत्तर की जाच करो ।

$$\begin{array}{rrrrr} & 5 & 6 & 7 & 2 \\ - & 3 & 7 & 5 & 8 \\ \hline & 1 & 9 & 1 & 4 \end{array}$$

जांच : 5672 की एक अंकीय संख्या = 2

3758 की एक अंकीय संख्या = 5

1914 की एक अंकीय संख्या = 6

6+5 = 11, 1+1 = 2

या 2 = 9+2 = 11-5 = 6

अतः उत्तर शुद्ध है ।

2.4 गुणा की जांच

2.4.1. 573 को 365 से गुणा करो और उत्तर की जाच करो ।

```
      5 7 3
    x 3 6 5
  ---------
    2 8 6 5
  3 4 3 8
1 7 1 9
-----------
2 0 9 1 4 5
```

जांच : 573 की एक अंकीय संख्या = 6

365 की एक अंकीय संख्या = 5

6 X 5 = 30, 3+0 = 3

209145 की एक अंकीय संख्या = 3

अतः गुणनफल शुद्ध है ।

2.4.2 746 को 576 से गुणा करो और उत्तर की जाच करो

```
      7 4 6
    x 5 7 6
  ---------
    4 4 7 6
  5 2 2 2
3 7 3 0
-----------
4 2 9 6 9 6
```

क्योंकि प्रश्न में 576 की एक संख्या 9 होती है अतः उत्तर की भी एक अंकीय संख्या 9 होनी चाहिए ।

क्योंकि 429696 की एक अंकीय संख्या भी 9 है अतः गुणनफल शुद्ध है ।

2.5 भाग की जांच

2.5.1 5634 को 52 से भाग दो और उत्तर की जाच करो

```
52 ) 5634 (108
     52
     ----
      434
      416
     ----
       18
```

जांच

5634 की एक संख्या = 9

108 की एक संख्या = 9

52 की एक संख्या = 7

शेष 18 की एक संख्या = 9

$\because$ भाजक × भागफल+शे ष = भाज्य

अतः $7 \times 9+9 = 63+9 = 72$

72 की एक संख्या = 9 = 5634 की एक अं कीय सं ख्या। अतः उत्तर शु द्ध है ।

.5.2 7563 को 64 से भाग दो और उत्तर की जांच करो

```
64) 7 5 6 3 (118
    6 4
    -----
    1 1 6
      6 4
    -----
    5 2 3
    5 1 2
    -----
      1 1
```

7563 की एक संख्या = 3

64 की एक संख्या = 1

118 की एक संख्या = 1

11 की एक संख्या = 2

और $1\times 1+2=3$; 7563 की एक अं कीय सं ख्या= 3, अतः उत्तर शु द्ध है ।

अध्याय तीसरा

3 योग

एक ही प्रश्न को कई विधियों से किया जा सकता है।

3.1 बड़े अंकों को विनकुलम् की सहायता से 5 से छोटे बनाकर साधारण रीति से

$$
\begin{array}{lr}
579 = & 1\,\bar{4}\,\bar{2}\,\bar{1} \\
678 & 1\,\bar{3}\,\bar{2}\,\bar{2} \\
765 & 1\,\bar{2}\,\bar{4}\,5 \\
684 & 1\,\bar{3}\,\bar{2}\,4 \\
\hline
\text{योग} = & 3\,\bar{3}\,0\,6
\end{array}
$$

विनकुलम् हटाने पर = 2706

प्रक्रिया : पहला स्तम्भ = (-1)+(-2)+5+4 = 6

दूसरा स्तम्भ = (-2)+(-2)+(-4)+(-2) = -10

अतः 0 लगा और हासिल = -1

तीसरा स्तम्भ = (-1)+(-4)+(-3)+(-2)+(-3)

= -13

अतः $\bar{3}$ लगा और हासिल = -1

चौथा स्तम्भ = -1+1+1+1+1 = 3

वैदिक जांच

$1 + \bar{4} + \bar{2} + \bar{1} = \bar{6}$

$\bar{6} + 1 + \bar{3} + \bar{2} + \bar{2} = \overline{12}$

$\overline{12} + 1 + \bar{2} + \bar{4} + 5 = \overline{12} = \bar{1} + \bar{2} = \bar{3}$

$3\bar{3}06$ में (3,6) को छोड़ कर शेष अंक = $\bar{3}$

अतः उत्तर शुद्ध है।

3.2 वैदिक शुद्ध सूत्र का साधारण प्रयोग

जब दो अंकों का जोड़ 10 या 10 से बड़ा हो जाए तो उनमें से एक अंक पर शुद्ध बिन्दु (.) लगाया जाता है और जोड़ के इकाई के अंको को फिर अगले अंक में जोड़ा जाता है। इस प्रकार एक स्तम्भ की शुद्ध संख्या को अगले स्तम्भ के लिए हासिल मान लिया जाता है।

$$
\begin{array}{cccc}
 & 3 & 2 & \\
 & 5 & 7 & 9 \\
 & \dot{6} & \dot{7} & \dot{8} \\
 & \dot{7} & 6 & \dot{5} \\
 & 6 & \dot{8} & 4 \\
\hline
2 & 7 & 0 & 6
\end{array}
$$

प्रक्रिया : पहला स्तम्भ 9+8 = 17, 8 पर शुद्ध लगा

7+ 5 = 12 अतः 5 पर भी शुद्ध लगा 2+4 = 6

दूसरा स्तम्भ = पहले स्तम्भ की शुद्ध संख्या = 2

अतः 2+7+7 = 16 अतः 7 पर शुद्ध लगा। 6+6 = 12 अतः 6 पर शुद्ध लगा 2+8 = 10 अतः 8 पर शुद्ध लगा।

तीसरा स्तम्भ = दूसरे स्तम्भ की शुद्ध संख्या = 3

अतः 3+5+6 = 14 अतः 6 पर शुद्ध लगा

4+7 = 11 अतः 7 पर शुद्ध लगा 1+6 = 7

और तीसरे स्तम्भ की शुद्ध संख्या = 2

अतः उत्तर = 2706

3.3 पूर्ण अंकों का वैदिक शुद्ध (.) के साथ प्रयोग।

6 का पूर्ण अंक = 10-6 = 4

7 का पूर्ण अंक = 10-7 = 3

8 का पूर्ण अंक = 10-8=2

विधि : यदि दो अंकों का जोड़ 10 से बड़ा हो, तो छोटे अंक में से बड़े अंक का पूर्ण अंक घटाया जाता है। और एक अंक पर शुद्ध लगा दिया जाता है। शेष की अगले अंक के साथ ही यही प्रक्रिया की जाती है। यदि दो अंकों का जोड़ 10 हो तो केवल एक अंक पर शुद्ध ही लगाया जाता है और यदि 10 से जोड़ छोटा हो तो फिर तीसरे अंक के साथ यही प्रक्रिया की जाती है।

$$
\begin{array}{r}
5\ 7\ 9 \\
\dot{6}\ \dot{7}\ \dot{8} \\
\dot{7}\ \dot{6}\ \dot{5} \\
\hline
6\ \dot{8}\ 4 \\
2\ 7\ 0\ 6
\end{array}
$$

पहला स्तम्भ = 9-8 का पूर्णांक = 9-2 = 7

8 पर शुद्ध लगा 5-7 का पूर्ण अंक = 5-3=2, 5 पर शुद्ध लगा

2+4 = 6 अतः उत्तर का पहला अंक = 6

दूसरा स्तम्भ = पहले स्तम्भ के शुद्ध = 2+7 = 9

9-7 का पूर्णांक = 9-3 = 6, 7 पर शुद्ध लगा

6-6 का पूर्णांकं = 6-4 = 2, 6 पर शुद्ध लगा

2+8 = 10 अतः 8 पर शुद्ध लगा और उत्तर का दूसरा अंक 0 आया

तीसरा स्तम्भ = दूसरे स्तम्भ के शुद्ध 3+5 = 8

8-6 का पूर्णांक = 8-4 = 4 , 6 पर शुद्ध लगा

4-7 का पूर्णांक = 4-3 = 1, 7 पर शुद्ध लगा ।

1+6 = 7 अतः उत्तर का तीसरा अंक 7 आया

तीसरे स्तम्भ के शुद्ध = 2 अतः चौथा अंक 2 हुआ

3.4 कुछ अंकों को विनकुलम् में बदल कर और कुछ अंकों को साधारण ही रहने देने पर

$$
\begin{array}{rcr}
5\ 7\ 9 & = & 1\,\bar{4}\,\bar{2}\,\bar{1} \\
6\ 7\ 8 & = & 1\,\bar{3}\,\bar{2}\,\bar{2} \\
7\ 6\ 5 & = & 8\,\bar{4}\,5 \\
\cline{2-3}
6\ 8\ 4 & = & 6\,8\,4 \\
 & & 2\,7\,0\,6
\end{array}
$$

पहला स्तम्भ = (-1)+(-2)+5+4 = 6

दूसरा स्तम्भ = (-2)+(-2)+(-4)=8 = 0

तीसरा स्तम्भ = (-4)+(-3)+8+6 = 7

चौथा स्तम्भ = 1+1 = 2

नोटः जैसा कि पहले अध्याय में एक ही संख्या को कई प्रकार से लिखने की विधि बताई गई है । छोटे विद्यार्थी योग के प्रश्नों की संख्याओ को कई प्रकार से लिखकर एक ही प्रश्न को खेल खेल में कई प्रकार से कर सकते हैं । इससे उनकी मस्तिष्क की उन्नति होगी। बड़े प्रश्नों में 3.2 और 3.3 की विधियों का ही प्रयोग कियाजाता है । 3.2 में 18 से बड़ा और 3.3 में 10 से बड़ा जोड़ नहीं करना पड़ता ।

चतुर्थ अध्याय

4 व्यवकलन

वैदिक विधि से व्यवकलन में परावर्त्य योज्येत अर्थात् चिन्ह बदल कर जोड़ना सूत्र का प्रयोग। बीज गणित में व्यवकलन में इसी विधि का प्रयोग होता है। इसमें दूसरी विधि (शुद्धं) के प्रयोग की है।

4.1 6 2 4 4 से 3726 घटाओ

$$\begin{array}{r} 6\ 2\ 4\ 4 \\ \bar{3}\ \bar{7}\ \bar{2}\ \bar{6} \\ \hline 3\ \bar{5}\ 2\ \bar{2} \end{array} = 2518$$

6 2 4 4 परावर्त्य योज्ये त द्वारा

पहला स्तम्भ = 4 + (-6) = -2

दूसरा स्तम्भ = 4+(-2) = 2

तीसरा स्तम्भ =2+(-7) = -5

चौथा स्तम्भ = 6-3 = 3

$3\bar{5}2\bar{2}$ में विनकुलम् हटाने पर

शेष = 2518

वैदिक जांच :- 6244 का एक अंक = 7

3726 का एक अंक = 9

2518 का एक अंक = 7

9+7 = 16, 1+6 = 7

9+7 = 16, 1+6 = 7

अतः उत्तर शुद्ध है।

4.2 शुद्धं का प्रयोग

यदि किसी बड़े अंक से छोटा अंक घटाना हो तो साधारण रीति से घटाया जाता है पर यदि छोटे अंक से बड़ा अंक घटाना हो तो छोटे अंक में बड़े अंक का पूर्णांक जोड़ा जाताहै। जोड़ उत्तर

में लिखा जाता है और अगले स्तम्भ के निचले अंक पर शुद्ध लगायाजाता है। और इस अंक को फिर 1 अधिक माना जाता है।

$$\begin{array}{cccc} 6 & 2 & 4 & 4 \\ \dot{3} & 7 & \dot{2} & 6 \\ \hline 2 & 5 & 1 & 8 \end{array}$$

प्रक्रिया : पहला स्तम्भ = 4+ 6 का पूर्णांक = 4+4 = 8

दूसरा स्तम्भ = 4-3 = 1

तीसरा स्तम्भ = 2+7 का पूर्णांक = 2+3 = 5

चौथा स्तम्भ = 6-4 = 2

नोटः- योग में पूर्णांक को घटाया जाता है और व्यवकलन में पूर्णांक को जोड़ा जाता है।

4.3 योग और व्यवकलन के मिश्रित प्रश्न वैदिक विधि से ऐसे प्रश्नों का हल सीधे ही आ जाता है जब कि साधारणतया हम पहले धनात्मक संख्याओं को जोड़ते हैं , फिर ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ते हैं। फिर दोनों योगफलों का अन्तर करते हैं।

4.3.1 सरल करोः 3754-6587+8476-3622 = 2021

प्रक्रिया :

पहला चरण : इकाई के अंकों में घनात्मक संख्यायों के अंकों का जोड़ा = 4+6 = 10

ऋणात्मक संख्याओं में इकाई के अंकों का जोड़ = 7+2 = 9 और 10-9 = 1

अतः उत्तर का इकाई का अंक = 1

दूसरा चरण : धनात्मक संख्याओं में दहाई के अंकों का जोड़ = 5+7 = 12 और ऋणात्मक संख्यायों में दहाई के अंकों का जोड़ = 8+2 = 10 और 12-10 = 2 अतः उत्तर का दहाई का अंक = 2

तीसरा चरण : धनात्मक संख्यायों में सैंकड़े के अंकों का जोड़ = 7+4 = 11 और ऋणात्मक संख्यायों में सैंकड़े के अंकों का जोड़ 5+6 = 11 और 11-11 = 0 अतः उत्तर का तीसरा अंक = 0 अतः उत्तर का तीसरा अंक = 0

चौथा चरण : धनात्मक संख्यायों मं हजार के अंकों का जोड़ = 3+8 = 11 और ऋणात्मक संख्यायों में हजार के अंकों का जोड़ 6+3 = 9 और 11-9 = 2 अतः उत्तर का चौथा अंक =2

वैदिक जांच :

धनात्मक संख्यायों का एक अंक बनाते हुए 3+7 = 10, 1+0 = 1, (5,4) को छोड़ दिया। 1+8 = 9, 9 को छोड़ दिया।

4+7 = 11, 1+1 = 2, 2+6 = 8

ऋणात्मक संख्यायों की एक अंकीय संख्या बनाते हुए।

6+5 = 11, 1+1 = 2, 2+8 = 10, 1+0 = 1, 1+7 = 8, 8+3 = 11, 1+1 = 2, 2+6 = 8, 8+2 = 10, 1+2 = 3

और 8-3 = 5

शेष 2021 की एक अंकीय संख्या = 2+2+1 = 5

अतः उत्तर शुद्ध है

4.3.2 एक और उदाहरण

सरल करो : 5364-7685+9523-3325

$= 4\bar{1}\bar{2}\bar{3} = 3877$

पहला चरण : 4-5 = -1, -1+3 = 2-5 = -3

दूसरा चरण : 6-8 = -2, -2+2 = 0, 0-2 = -2

तीसरा चरण : 3-6 = -3, -3+5 = 2, 2-3 = -1

चौथा चरण : 5-7 = -2, -2+9 = 7, 7-3 = 4

$4\bar{1}\bar{2}\bar{3} = 3877$ (बिनकुलम् हटाकर)

वैदिक जांच :

धनात्मक संख्यायों का एक अंक = (5,4) और (3,6) को छोड़ दिया, फिर 9 को भी छोड़ दिया और 5+2+3 = 10 इसे 10 ही रहने दिया

ऋणात्मक संख्यायों का एक अंक = 7+6 = 13, 1+3 = 4, 4+8 = 12, 1+2 = 3, 3+5 = 8, 8+3 = 11, 1+1 = 2, 2+3 = 5, 5+2 = 7, 7+5 = 12, 1+2 = 3 और 10-3 = 7

3877 का एक अंक = 7 अतः उत्तर शुद्ध है ।

अध्याय पंचम

5 गुणा

वैदों में गुणा को आधार विधि, ऊर्ध्वतिर्यक् म्याम् सूत्र के प्रयोग की विधि तथा निखलं सूत्र द्वारा गुणा की कई विधियाँ हैं। जिनके द्वारा गुणा बहुत शीघ्र और सरलता से हो जाती है।

5.1 **आधार विधि :** इसमें 10, 100, 1000 आदि को आधार मान कर गुणा की जाती है इनमें यावदूनं और यावदधिकं सूत्रों का प्रयोग होता है। आधार से अधिकता या न्यूनता को संख्या के ऊपर लिख लिया जाता है।

5.1.1 (क) 10 को आधार मान कर गुणा के कुछ उदाहरण। इससे 10× 10 के ऊपर के पहाड़ों को रटने की आवश्यकता नहीं रहती और उतने ही समय में गुणनफल लिखा जा सकता है।

(i) $12^{+2} \times 13^{+3} = 13 + 2$ या $12 + 3/6 = 156$

पहला भाग = अधिकताओं 2 और 3 का गुणनफल = 6

दूसरा भाग = एक संख्या की अधिकता को दूसरी संख्या में जोड़ते हुए 12+3 या 13+2 =15

(ii) $14^{4} \times 13^{+3} = 13 + 4$ या $14 + 3/_1{}^2 = 17/_1{}^2 = 182$

पहला भाग : अधिकतायों का गुणनफल = 4 ×3 = 12

क्योंकि आधार दस में एक शून्य होता है अतः पहले भग में एक ही अंक रहेगा और दूसरे को हासिल माना जायेगा।

दूसरा भाग = एक संख्या की अधिकता को दूसरी में जोड़ते हैं

या $\begin{matrix} 14 + 3 \\ 13 + 4 \end{matrix} \Big/ = 17$

तीसरा चरण, 17+1 = 18

अतः गुणन फल = 182

(iii) $15^{+5} \times 17^{+7} = 17+5$ या $15+7\ /_3{}^5 = 22/_3{}^5 = 22+3/5 = 255$

(iv) $9^{-1} \times 8^{-2} = 72$

पहला पग = -1 × -2 = 2

दूसरा पग 9-2 या 8-1 = 7

(v) $8 \times 7 = 56$

पहला पग = -2 × -3 = 6

दूसरा पग = 8-3 या 7-2 = 5

5.1.1 (ख) 100 के आधार के उदाहरण

(i) $102^{+2} \times 103^{+3} = 10506$

पहला पग $2 \times 3 = 06$

(क्योंकि यहाँ आधार 100 है अतः उत्तर में पहले भाग में दो अंक अर्थात् 06 आएगा)

दूसरा पग = एक संख्या की अधिकता को दूसरी संख्या में जोड़ते हुए

102+3 या 103+2 = 105

(ii) $105^{+5} \times 107^{+7} = 11235$

पहला पग 5 × 7 = 35

दूसरा पग 105+7 या 107+5 = 112

(iii) $111 \times 112 = 123/_1{}^{32}$

पहला पग = 11 × 12 = 132

दूसरा पग 111+12 या 112+11 = 123

(iv) $98^{-2} \times 97^{-3} = 9506$

प्रथम भाग = -2 × -3 = 06

दूसरा भाग = 98 -3 या 97-2 = 95

(v) $89^{-11} \times 94^{-6} = 8366$

पहला भाग = -11 × -6 = 66

दूसरा भाग = 89-6 या 94-11 = 83

(vi) $97^{-3} \times 104^{+4} = 101\ \overline{12} = 10088$

प्रथम भाग = -3 $\times$+4 = -12

दूसरा भाग = 97+4 या 104-3 - 101

1000 के आधार के उदाहरण

5.1.1 (ग) क्योंकि हजार में तीन शून्यहोते हैं अतः यहाँ गुणा के प्रथम भाग में तीन अंक आएंगे

(i) 1002 $\times$ 1003 = 1005006

प्रथम भाग = 2 $\times$ 3 = 006

दूसरा भाग = 1002+3 या 1003+2 = 1005

(ii) 1005 $\times$ 1007 = 1012035

प्रथम भाग = 5 $\times$ 7 = 35

दूसरा भाग = 1005+7 या 1007+5 = 1012

(iii) 1012 $\times$ 1013 = 1025156

प्रथम भाग = 12 $\times$ 13 = 156

दूसरा भाग = 1012+13 या 1013+12 = 1025

(iv) $994^{-6} \times 988^{-12}$ = 982072

पहला भाग = -6 $\times$ -12 = 072

दूसरा भाग = 994-12 या 988-6 = 982

(v) $989^{-11} \times 1012^{+12} = 1001\,\bar{1}\,\bar{3}\,\bar{2}$ = 1000868

पहला भाग = -11 $\times$ 12 = -132

दूसरा भाग = 989+12 या 1012-11 = 1001

5.1.1 (घ) तीन एक ही आधार वाली संख्यायों की इकट्ठी गुणा

विधि : उत्तर का पहला भाग सभी अधिकताओं या न्यूनताओं का गुणनफल होता है।दूसरा भाग इन दो दो अधिकतायों या न्यूनताओं के गुणनफ़ल काजोड़ होता है और तीसरा भाग किसी एक संख्या में दूसरी दो अधिकतायों या न्यूनतायों को जोड़ कर आता है।

5.1.1 (घ) (i) 10 के आधार से तीन संख्याओं का इकट्ठा गुणनफल के उदाहरण

(i) $12^{+2} \times 13^{+3} \times 14^{+4} = 19/_2{}^6/_2{}^4 = 2184$

पहला भाग = 2 $\times$ 3 $\times$ 4 = 24

दूसरा भाग = $2 \times 3 + 3 \times 4 + 2 \times 4 = 26$

तीसरा भाग = 12+3+4 या 13+2+4 या 14+2+3 = 19

क्योंकि आधार 10 है इसलिए पहलेदो भागों में एक एक अंक रहेगा और दूसरा अंक अगले भाग में जोड़ा जायेगा।

(ii) $9^{-1} \times 8^{-2} \times 12^{+2} = 9\,\bar{4}\,4 = 864$

पहला भाग = $-1 \times -2 \times 2 = 4$

दूसरा भाग = $(-1)\times(-2)+(-1)\times 2+(-2)\times 2$

$= 2-2-4 = -4$

तीसरा भाग = 9-2+2 या 8-1+2 या 12-1-2 = 9

5.1.1 (घ) (ii) 100 के आधार की तीन संख्याओं का इकट्ठा गुणनफल

यहाँ क्योंकि 100 में दो शून्य होते हैं अतः पहले दो भागों में दो ही अंक रहते हैं

(i) $105 \times 107 \times 103 = 115/71/105 = 1157205$

प्रथम भाग = $5 \times 7 \times 3 = 105$

दूसरा भाग = $5 \times 7 + 7 \times 3 + 5 \times 3 = 71$

तीसरा भाग = 105 + 7 + 3 = 115

(ii) $97^{-3} \times 96^{-4} \times 94^{-6} = 8\,7\,5\,4\,7\,\bar{2} = 8\,7\,5\,3\,2\,8$

पहला भाग = $-3 \times -4 \times -6 = -72$

दूसरा भाग = $(-3)\times(-4)+(-4)\times(-6)+(-6)\times(-3)$

$= 12 + 24 + 18 = 54$

तीसरा भाग = 97-4-6 = 87

(iii) $97^{-3} \times 103^{+3} \times 104^{+4} = 1\,0\,4\,0\,\bar{9}\,\bar{3}\,\bar{6} = 1039064$

प्रथम भाग = $-3 \times 3 \times 4 = -36$

दूसरा भाग = $-3 \times 3 + 3 \times 4 + (-3) \times 4$

$= -9+12-12 = -09$

तीसरा भाग = 97+3+4 = 104

5.1.1 (घ) (iii) 1000 आधार को तीन तीन संख्यायों के इकट्ठे गुणनफल के उदाहरण

(i) $1002 \times 1003 \times 1004 = 1009026024$

पहला भाग = $2 \times 3 \times 4 = 024$

दूसरा भाग = $2 \times 3+3 \times 4+2 \times 4 = 026$

तीसरा भाग = $1002+3+4 = 1009$

(ii) $997^{-3} \times 998^{-2} \times 999^{-1} = 99401100\bar{6} = 994010994$

प्रथम भाग = $-3 \times -2 \times -1 = -006$

दूसरा भाग = $-3 \times -2 + -2 \times -1 + 7 \times -3$

$=6+2+3 = 011$

तीसरा भाग = $997-2-1 = 994$

(iii) $997^{-3} \times 1004^{+4} \times 1004^{+4}$

प्रथम भाग = $-3 \times 4 \times 4 = -048$

दूसरा भाग = $-3 \times 4+4 \times 4+(-3) \times 4 = -008$

तीसरा भाग = $997+4+4 = 1005$

गुणनफल = $1005\bar{0}\bar{0}\bar{8}\bar{0}\bar{4}\bar{8} = 1004991952$

5.1.1(ड़) चार चार संख्याओं की इकट्ठी गुणा जब आधार 10, 1000 या 1000 आदि हों।

विधि : गुणनफल के प्रथम भाग में सभी न्यूनताओं या अधिकताओं का गुणनफल होता है। दूसरा भाग तीन तीन अधिकताओं या न्यूनताओं के गुणनफल का जोड़ होता है। तीसरा भाग दो दो दो के गुणनफल का जोड़ होता है। और चौथा भाग किसी एक संख्या में अन्य तीन संख्याओं की अधिकताओं या न्यूनताओं को जोड़ कर आता है। पहले तीन भागों में अंकों की संख्या आधर के शून्यों की संख्या के अनुसार होती है।

(i) $11 \times 12 \times 13 \times 14 = 20/3^5/5\,^0/2^4 = 24024$

पहला भाग = $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

दूसरा भाग = $1 \times 2 \times 3+1 \times 2 \times 4+1 \times 3 \times 4 +2 \times 3 \times 4$

$= 6+8+12+24 = 50$

तीसरा भाग = $1 \times 2 +1 \times 3+1 \times 4+2 \times 3+2 \times 4 +3 \times 4$

$= 2+3+4+6+8+12 = 35$

चौथा भाग = $11+2+3+4 = 20$

(ii) $102^{+2} \times 98^{-2} \times 97^{-3} \times 104^{+4}$

पहला भाग $= 2 \times -2 \times -3 \times 4 = 48$

दूसरा भाग $= 2 \times -2 \times -3+2 \times -2 \times 4+2 \times -3 \times 4+-2 \times -3 \times 4$

$= 12-16-24+24 = 00\bar{4}$

तीसरा भाग $= 2 \times -2+2 \times -3+2 \times 4+-2 \times -3+-2 \times 4$

$+(-3) \times 4 = -4-6+8+6-8-12 = 0\bar{1}\bar{6}$

चौथा भाग $= 1002-2-3+4 = 1001$

अतः गुणनफल $= 10010\bar{1}\bar{6}00\bar{4}048$

$= 1000983996048$

5.1.2 कई संख्याएं ऐसी होती हैं जो 10, 100 या 1000 आदि आधारों के निकट की नहीं होती।

5.1.2 (क) जब वे एकही दशक की होती हैं या एक ही दशक के निकट की होती हैं। यहां 10 को ही आधार लिया जाता है।

उदाहरण (i) $42^{+2} \times 43^{+3}$ यहाँ आधार = 10, गुणांक =4

दाईं ओर का पहला भाग अधिकताओं को गुणा करके आता है और दूसरा भाग किसी संख्या में दूसरे की अधिकता को जोड़को गुणक से गुणा करने पर आता है।

अतः पहला भाग $= 2 \times 3 = 6$

दूसरा भाग $= (42+3)\ 4 \times$ या $(43+2) \times 4 = 45 \times 4 = 180$

अतः गुणनफल = 1806

(ii) $64^{+4} \times 63^{+3}$ आधार = 10, गु णक= 6

क्योंकि आधार 10 है अतः पहले भाग में एक ही अं क आएगा।

अतः पहला भाग $= 4 \times 3 = 12$

दूसरा भाग $= (64+3) \times 6 = 67 \times 6 = 402$

और गुणनफल $= 402/1^2 = 4032$

(iii) $124^{+4} \times 125^{+5}$ आधार = 10, गु णक = 12

पहला भाग $= 5 \times 4 = 20$

दूसरा भाग $= (124+5) \times 12 = 129 \times 12 = 1548$

अतः गुणनफल = $1548/\bar{2}^0 = 15500$

5.1.2(ख) जब दो संख्याएं किसी एक दशक के निकट की हों दोनों न्यूनता लिए हों या एक न्यून एक अधिक हो पहला भाग न्यूनताओं या एक न्यूनता और दूसरी अधिकता का गुणनफल होता है तथा दूसरा भाग किसी एक संख्या में दूसरी की न्यूनता या अधिकता को जोड़ कर गुणक से गुणा करके आता है ।

उदाहरण (i) $58^{-2} \times 57^{-3}$ आधार = 10 , गु णक= 6

क्योंकि दोनों 60 के निकट की हैं ,

पहला भाग = -2 ×-3 = 6

दूसरा भाग = (58-3) × 6 = 55 × 6 = 330

अतः गुणनफल = 3306

(ii) 66 × 67 दोनों 70 के निकट की हैं अतः $66^{-4} \times 67^{-3}$

आधार =10,गुणांक = 7

पहला भाग = -4 × -3 = 12

दूसरा भाग = (66-3) × 7 = 63 ×7 = 441

अतः गुणनफल = $441/1^2 = 4422$

(iii) $48^{-2} \times 53^{+3}$ दोनों संख्याएं 50 के निकट हैं

अतः आधार = 10 तथा गुणक = 5

प्रथम भाग = -2 × 3 = -6

दूसरा भाग = (48+3) × 5 = 51 × 5 = 255

अतः गुणनफल = $255\bar{6} = 2544$

(iv) 47 × 63 इनको 50 के निकट मान कर भी गुणा कर सकते हैं और 60 के निकट मान कर भी 50 के निकट मानते हुए

$47^{-3} \times 63^{+13}$आधार = 10, गुणक = 5

अतः गुणनफल का पहला भाग = -3 ×13 = -39

और दूसरा भाग = (47+13) × 5 = 60 × 5 = 300

अतः गुणनफल =$300/_{\bar{3}}{}^{\bar{9}} = 30\bar{3}\,\bar{9} = 2961$

60 के निकट मानते हुए

$47^{-13} \times 63^{+3}$ आधार = 10 गुणक = 6

पहला भाग = $-13 \times 3 = -39$

दूसरा भाग = $(47+\underline{3}) \times 6 = 300$

गुणनफल = $300/\overline{3}^{\,9} = 30\bar{3}\bar{9} = 2961$

5.1.2 (ग) जब दो संख्याएं किसी भी एक दशक के निकट की न हों ऐसी अवस्था में गुणा की क्रिया दशक संख्यायों के अनुपातों से की जाती है।

विधि : आधर 10 ही माना जाता है। गुणनफल का पहला भग इकाई के अंकों के गुणनफल से बनता है तथा दूसरा किसी एक संख्या तथा दूसरी की दशक संख्या के गुणनफल और दूसरी के इकाई के अंक और पहली की दशक संख्या के गुणनफल के योगफल के समान होता है।

सुविधा के लिये संख्याओं को इस प्रकार लिखना सरल रहता है जैसे 64 = 64+4

78 = 78+8, 87 = 87+7 इत्यादि

$95 \times 67 = 95+5$

$\quad\quad 67+7$

गुणनफल का पहला भाग = $5 \times 7 = 35$

दूसरा भाग = $95 \times 6 + 9 \times 7$

$= 570 + 63 = 633$

या $= 67 \times 9 + 5 \times 6$

$= 603 + 30 = 633$

अतः गुणनफल = $633/3^{5} = 6365$

(ii) $72 \times 35 = 72+2$

$\quad\quad 35+5$

पहला भाग = $2 \times 5 = 10$

दूसरा भाग = $72 \times 3 + 7 \times 5$

$= 216 + 35 = 251$

या $= 35 \times 7 + 2 \times 3$

$= 245 + 6 = 251$

अतः गुणनफल = $251/1^{0} = 2520$

(iii) $128 \times 57 = 128+8$

57+7

पहला भाग = $8 \times 7 = 56$

दूसरा भाग = $128 \times 5 + 12 \times 7$

$= 640+84 = 724$

या $= 57 \times 12+8 \times 5$

$= 684+40 = 724$

अतः गुणनफल = $724/5^{6} = 7296$

(iii) $87 \times 68 = 87-3$

$= 68-2$

प्रथम भाग = $-3 \times -2 = 6$

दूसरा भाग = $87 \times 7+(9 \times -2)$

$= 609-18 = 591$

या $= 68 \times 9+(7 \times -3)$

$= 612-21 = 591$

अतः गुणनफल = 5916

(v) $72 \times 57 = 72+2$

$= 57-3$

पहला भाग = $2 \times -3 = -6$

दूसरा भाग = $72 \times 6+7 \times -3$

$= 432-21 = 411$

या $= 57 \times 7+2 \times 6$

$= 399+12 = 411$

अतः गुणनफल = $411\bar{6} = 4104$

5.1.3 जब दो संख्याएं 10, 100 आदि आधारों वाली तो होती हैं पर वे एक ही आधार वाली नहीं होती.ऐसी अवस्था में आधारों के अनुपात की विधिका प्रयोग होता है।

विधि : पहले संख्यायों को संख्या + आधार की अधिकता की विधि से लिखा जाता है। जैसे

112 = 112+ 12

1009 = 1009+9 इत्यादि । दूसरे चरण में बड़े आधार और छोटे आधार का अनुपात निकाला जाता है ।

गुणनफल कां पहला भाग दोनों अधिकताओं के गुणनफल के समान होता है पर उसमें उतने ही अंक रखे जाते हैं जितने छोटे आधार के शून्य होते हैं तथा बाईं ओर के अधिक अंको को दूसरे भाग में जोड़ दिया जाता है । दूसरे भाग के लिए छोटे आधार वाली संख्या को आधारानुपात से गुणा करके उसमें बड़ी संख्या की अधिकता जोड़ दी जाती है या छोटी संख्या की अधिकता को आधारानुपात से गुणा करके उसमें बड़ी संख्या जोड़ दी जाती है ।

उदाहरण (i) 137×15 बड़ा आधार = 100

= 137+37 छोटा आधार = 10

15+5 आधारानुपात $= \frac{100}{10} = 10$

गुणनफल की पहला भाग $= 37 \times 5 = 185$

दूसरा भाग $= 15 \times 10 + 37 = 187$

या $= 5 \times 10 + 137 = 187$

अतः गुणनफल = 187/18 ^{5} = 2055

(ii) 1012×108 बड़ ा आधार= 1000

= 1012+12 छोटा आधार = 100

108+8 आधारानुपात $= \frac{1000}{100} = 10$

गुणनफल $= 108 \times 10 + 12$ / 12×8

या $8 \times 10 + 1012$ /

= 1092 96

(iii) 10015×1014 बड़ ा आधार= 10000

= 10015+15 छोटा आधार = 1000

1014+14 आधारानुपात $= \frac{10000}{1000} = 10$

गुणनफल $= 1014 \times 10 + 15$ / 15×14

या $14 \times 10 + 10015$ /

= 10155210

(iv) 1085×112 बड़ा आधार = 1000

= 1085+85 छोटा आधार = 100

112+12 आधारानुपात = 1000/100 = 10

गुणनफल = 112 ×10+85 / 85 × 12

या 12 ×10+1085/

$= 1205/10^{20} = 121520$

(v) 10025 ×114 बड़ ा आधार = 10000

= 10025+25 छोटा आधार = 100

114+14 आधार अनु पात= $\frac{10000}{100}$ = 100

गुणनफल = 114 × 100+25 / 25 × 14

या 14 ×100+10025 /

$= 11425/3^{50} = 1142850$

(vi) 9988 × 996 बड़ा आधार = 10000

= 9988 -12 छोटा आधार = 1000

996-4 अनुपात = $\frac{10000}{1000}$ = 10

गुणनफल = 996 × 10-12 / -12 × - 4

या -4 × 10+ 9988 /

= 9948048

(vii) 10025 × 994 बड़ ा आधार = 10000

= 10025+25 छोटा आधार = 1000

994-6 अनुपात = $\frac{10000}{1000}$ = 10

गुणनफल = 994 × 10+25 / 25 × -6

या -6 ×10+ 10025/

$= 9965\overline{1}50$

= 9964850

5.1.4 जब आधार 100, 1000 आदि न होकर उपाधार 50, 500 आदि हों । दोनों संख्याएं एक ही उपाधार वाली होनी चाहिं । ऐसी संख्याओं के गुणा की दो विधियां हैं ।

प्रथम विधि = प्रथम चरण में आधार तथा उपाधार लिखकर, उपाधार/ आधार = उपगुणाक लिया जाता है दूसरे चरण में संख्याओं को संख्या + उपाधार से अधिकता के रूप में लिखा जाता है ।

गुणनफल का पहला भाग अधिकताओं को गुणा करके आता है । पर अंकों की संख्या आधार के शून्यों के बराबर ही रखी जाती है । दूसरा भाग एक संख्या में दूसरी की अधिकता जोड़ कर उसे उपगुणक से गुणा करने पर आता है ।

दूसरी विधि : इस के द्वारा 50, 500 के आधार 10, 100 ही लिए जाते हैं 5 को गुणक माना जाता है।

यदि संख्याएं तीन हों तो पहला भाग प्रथम विधि से अधिकताओं का गुणनफल होता है। दूसरा भाग दो दो अधिकताओं के गुणनफल के योगफल को उपगुणक से गुणा करके आता है। और तीसरा भाग किसी एक संख्या में शेष दो की अधिकताएं जोड़कर उसे उपगुणक के वर्ग से गुणा करने से आता है।

और दूसरी विधि से पहला भाग तो प्रथम विधि के समान ही आता है पर अंकों की संख्या यहाँ भी आधार के शून्यों के समान ही होती है।

दूसरा भाग दो दो अधिकताओं के गुणनफल के जोड़ को गुणक से गुणा करने पर आता है। अंकों की संख्या फिर आधार के शून्यों के समान होती है, तथा तीसरा भाग किसी एक संख्या में दूसरी दो अधिकताएं जोड़ कर उसे $(\text{गुणाक})^2$ से गु णा करने पर आता है।

उदाहरण (i) 52×53

$52+2$

$53+3$

प्रथम विधि द्वारा उपाधार = 50

आधार = 100

उप गुणाक $= \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

गुणनफल $= \frac{52+3}{2}$ या $\frac{53+2}{2} / 3 \times 2$

$= \frac{55}{2} /06 = 27.5 /06$

$= 2756$

दूसरी विधि से आधार = 10

गुणक = 5

गुणनफल का प्रथम भाग $= 2 \times 3$

दूसरा भाग $= (52+3) \times 5$ या $(53+2) \times 5$

$= 275$

अतः गुणनफल = 2756

(ii) $48^{-2} \times 52^{+2}$

प्रथम विधि से आधार = 100

उपाधार = 50

$$\text{उपगुणाक} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\text{गुणनफल} = \frac{48+2}{2} \text{ या } \frac{52-2}{2} / 2 \times -2$$

= 250$\bar{4}$ = 2496

दूसरी विधि से आधार = 10 , गुणक = 5

गुणनफल = (48+2) × 5 या (52-2) × 5 /2×-2

= 50 × 5/$\bar{4}$

= 250$\bar{4}$ = 2496

(iii) 502 × 503

प्रथम विधि से आधर = 1000

उपाधार = 500

$$\text{उपगुणक} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$$

$$\text{गुणनफल} = \frac{502+3}{2} \text{ या } \frac{503+2}{2} / 2 \times 3$$

= 252.5/006

= 252506

दूसरी विधि से आधार = 100 , तथा गुणक = 5

गुणनफल = 505 × 5 /2 × 3

= 252506

(iv) $502^{+2} \times 498^{-2}$

प्रथम विधि से आधार = 1000, उपाधार = 500

$$\text{उपगुणक} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$$

$$\text{गुणनफल} = \frac{(502-2)}{2} \text{ या } \frac{498+2}{2} / 2\times -2$$

= 250/00$\bar{4}$

= 25000$\bar{4}$

= 249996

दूसरी विधि से

आधार = 100, गुणक = 5

गुणनफल = $(502-2)\times 5$ या $(498+2)\times 5/2\times 2$

$= 2500/0\bar{4}$

$= 25000\bar{4} = 249996$

(v) $252^{+2}\times 253^{+3}$

प्रथम विधि से आधार= 1000, उपाधार = 250

उपगुणक $= \dfrac{250}{1000} = \dfrac{1}{4}$

गुणनफल $= \dfrac{252+3}{4}$ या $\dfrac{253+2}{4}/2\times 3$

$= \dfrac{255}{4}/006$

$= 63.75/006$

$= 63756$

दूसरी विधि से आधार = 10, गुणक = 25

गुणनफल = $(252+3)\times 25/2\times 3$

$= 255\times 25/6$

$= 63756$

(vi) $248^{-2}\times 253^{+3}$

प्रथम विधि से गुणनफल $= \dfrac{248+3}{4}/-2\times 3$

$= \dfrac{251}{4}/00\bar{6}$

$= 62.75/00\bar{6}$

$= 6275\bar{6} = 62744$

दूसरी विधि से गुणनफल = $251 \times 25/\bar{6}$

$= 6275\bar{6}$

$= 62744$

(vii) $52\times 53\times 54$

प्रथम विधि से आधार = 100, उपाधार = 50, उपगुणक $= \dfrac{50}{100} = \dfrac{1}{2}$

प्रथम भाग = $2 \times 3 \times 4 = 24$

बीच का भाग = $\frac{2\times3+3\times4+4\times2}{2} = \frac{26}{2} = 13$

अन्तिम भाग = = $\frac{52+3+4}{4} = \frac{59}{4} = 14.75$

अतः गुणनफल = 14.75/13/24 = 148824

दूसरी विधि से प्रथम भाग = $2 \times 3 \times 4 = 24$

बीच का भाग = $26 \times 5 = 130$

अन्तिम भाग = $59 \times 25 = 1475$

अतः गुणनफल = $1475/\ 13^{0}/2^{4}$

= 148824

(viii) $52^{+2} \times 48^{-2} \times 53^{+3}$

प्रथम विधि से पहला भाग = $2 \times -2 \times 3 = -12$

बीच का भाग = $\frac{(2\times-2+-2\times3+2\times3)}{2} = \frac{(0\bar{4})}{2} = 0\bar{2}$

अन्तिम भाग = $\frac{(52-2+3)}{4} = \frac{53}{4} = 13.25$

अतः गुणनफल = $13.25/\ 0\bar{2}/\ \bar{1}\bar{2}$

$= 1323\bar{1}\bar{2} = 132288$

दूसरी विधि से

प्रथम भाग = $2 \times -2 \times 3 = -12$

दू सरा भाग = $-4 \times 5 = -20$

अन्तिम भाग = $53 \times 25 = 1325$

अतः गुणनफल = $1325/_{2}{}^{0}/_{\bar{1}}{}^{2}$

$= 1323\bar{1}\bar{2}$

$= 132288$

(ix) $503 \times 504 \times 505$

प्रथम विधि से आधार = 1000, उपाधार = 500

उपगुणक = $\frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$

गुणनफल $= \frac{503+4+5}{4} / \frac{3\times4+3\times5+4\times 5}{2} / 3 \times4\times5$

$= \frac{512}{4} / \frac{047}{2} / 060$

$=128/023.5/060$

$=128023560$

दूसरी विधि से आधार = 100, गुणक = 5

गुणनफल = 512 x 25/47x 5/3 x 4x 5

$= 12800/2^{35}/60$

$= 128023560$

(x) $498^{-2} \text{ x } 497^{-3} \text{ x } 495^{-5}$

प्रथम विधि से गु णनफल

$\frac{498-3-5}{4} / \frac{-2\times-3+-3\times-5+-2\times-5}{2} / -2\times-3\times-5$

$= \frac{490}{4} / \frac{031}{2} / 0\bar{3}0$

$= 122.5 / 015.5 / 0\bar{3}0$

$= 1225155\bar{3}0$

$= 122515470$

दू सरी विधि से आधार

= 100, गुणांक = 5

गुणनफल = 490x25/31x5/-2x-3x-5

$= 12250/1^{55}/\bar{3}0$

$=122\ 5155\bar{3}0$

$=22515470$

(xi) $248^{-2} \text{ x } 252^{+2} \text{ x } 253^{+3}$

यह केवल प्रथम विधि से हो सकता है

यहाँ आधार = 1000 , उपाधार = 250

उपगुणक $= \frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$

गुणनफल $= \frac{250}{16} / \frac{-2x2+-2x3+2x3}{4} / -2x2x3$

$=\frac{253}{16}/\frac{00\bar{4}}{4}/01\bar{2}$

$=15.8125/00\bar{1}/0\bar{1}\bar{2}$

$=158115\overline{12}$

$=15811488$

(xii) $32\times33\times32$

यह दूसरी विधि से हो सकता है

आधार = 10, गुणक = 3

गुणनफल $=(32+3+2)\times3^2/(2\times3+2\times2+2\times2)\times3/2\times3\times2$

$=37\times9/16\times3/12$

$=333/4^8/1^2$

$=33792$

दूसरी विधि के ही कुछ और उदाहरण

(xiii) $32^{+2}\times28^{-2}\times33^{+3}$

आधार = 10, गु णक= 3

गुणनफल $=9(32-2+3)/3(2\times-2+-2\times3+3\times2)/2\times-2\times3$

$=9\times33/3\times-4/-12$

$=297/\bar{1}^2/\bar{1}^2$

$=296\bar{3}\,\bar{2}=29568$

(xiv) $302^{+2}\times298^{-2}\times303^{+3}$

आधार = 100, गुणक = 3

गुणनफल $=3^2(302-2+3)/3(2\times-2+-2\times3+2\times3)/2\times-2\times3$

$=9\times303/3\times-4/-12$

$=2727\bar{1}\,\bar{2}/\bar{1}\,\bar{2}$

$=27268788$

(xv) $47^{-3}\times48^{-2}\times49^{-1}$

आधार = 10, गुणक = 5

गुणनफल $=5^2(47-2-1)/5(-3\times-2+-2\times-1+-1\times-3)/-3\times-2$

$=25\times44/5(+6+2+3)/-6$

$=1100/5^5/\bar{6}$

$= 11055\bar{6}$

$= 110544$

(xvi) $398^{-2} \times 402^{+2} \times 397^{-3}$

आधार $= 100$, गुणक $= 4$

गुणनफल $= 4^2(398+2-3)/4(2\times-2+2\times-3+-3\times-2)/-2\times2-3$

$=16(397)/4(-4)/12$

$=6352\bar{1}612$

$=63518412$

5.2 गुणा की निखलं विधि :

निखलं सूत्र से गुणा केवल उन्हीं दो संख्यायों की हो सकती है यहाँ उनमें से एक संख्या के सभी अंक 9 ही हों।

विधि : गुणनफल में बाईं ओर के प्रथम भाग में बिना 9 के सभी अंक वाली संख्या से 1 कम करके लिख देते हैं और दूसरे भाग में पहले भाग को 9 के अंक वाली संक्या से घटाकर लिखते हैं या पहले भाग के प्रत्येक अंक को 9 से घटाकर लिखते हैं।

इसमे तीन अवस्थाए हो सकती हैं। पहली जब दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या बराबर हो। दूसरी 9 के अंकों वाली संख्या की अंक संख्या दूसरी संख्या की अंक संख्या से अधिक हो। या यह दूसरी अंक संख्या से कम हो।

5.2.1 जब दोनों संख्यायों के अंकों की संख्या समान हो।

उदाहरण (i) 9x8

पहला भाग = 8-1 = 7

दू सरा भाग = 9-7 = 2

अतः गु णनफल = 72

(ii) 99x85

पहला भाग = 85-1 = 84

दूसरा भाग = 99-84 = 15

अतः गु णनफल = 8415

(iii) 9999x5683

गु णनफल = 56824317

5.2.2 जब 9 के सभी अंकों वाली संख्या में अंक संख्या दूसरी की अंक संख्या से अधिक हो।

ऐसी अवस्था में दूसरी संख्या में बाईं ओर शून्य लगा देते हैं और संख्या बराबर कर लेते हैं।

उदाहरण (i) 999x57 = 999x057

= 056943 = 56943

(ii) 9999x64 = 9999x0064

= 00639936

= 639936

(iii) 99999x563 = 56299437

5.2.3 जब 9 के सभी अंक वाली संख्या की अंक संख्या दूसरी की अंक संख्या से कम हो।

ऐसी अवस्था में 9 के सभी अंक वाली संख्या में बाईं ओर शून्य लगा कर अंक संख्या बराबर कर लेते हैं। गुणनफल का पहला भाग तो पहले की तरह ही आता है। दूसरे भाग में उतने अंक ऋणात्मक आ जाते जितने शून्य लगाए गए हों। उत्तर में दूसरे भाग को धनात्मक अंक ही लिए जाते हैं तथा ऋणात्मक अंको को पहले भाग में जोड़ दिया जाता है :-

उदाहरण (i) 99x537 = 099x537

उत्तर का पहला भाग = 537-1 = 536

दूसरा भाग = 099-536 = $\bar{5}63$

अतः गुणनफल = $536/_{\bar{5}}{}^{63}$

= 53163

(ii) 999x5632 = $5361/_{\bar{5}}{}^{368}$

= $563\bar{4}368$

= 56263687

(iii) 99x 7645 = 0099x7645

= $7644/\bar{7}655$

= $76\bar{3}255$

= 756855

(iv) 999x56789 = 00999x56789

= $56788/\bar{5}\bar{6}^{211}$

= 56732211

(v) 999x765432 = 000999x765432

= $765431/\bar{7}\bar{6}\bar{5}^{568}$

=765334568

=764666568

नोटः उत्तर के प्रथम भाग में अंकों की संख्या बिना सभी 9 वाली संख्या की अंक संख्या के समान होती है। तथा दूसरे भाग में अंक संख्या सभी 9 के अंक वाली संख्या की अंक संख्या के समान होती है।

5.3 गुणा में वैदिक 'ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्' सूत्र का प्रयोग

ऊर्ध्व का अर्थ है ऊपर सीधा और तिर्यग् का अर्थ है तिर्छा। अर्थात् ऊपर और तिर्छा गुणा करने की रीति। यह विधि हर प्रकार के प्रश्नों में प्रयोग की जा सकती है। और इसके द्वारा गुणा के बड़े बड़े प्रश्न एक ही पंक्ति में किए जा सकते हैं। कुछ मानसिक प्रयत्न ही अधिक होता है। और विनकुलम् के प्रयोग से बड़े बड़े प्रश्न भी सरल हो जाते हैं।

जब गुण्य और गुणक एक ही अंक के हो तो गुणा 'ऊर्ध्व' ही होती है

जैसे :-

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \\ \hline 56 \end{array}$$

5.3.1 जब गुण्य और गुणक में दो दो अंक हों तो ऊर्ध्व और तिर्यग् दोनों प्रकार की गुणा होती है। या केवल गुणक में दो दो अंक हो, गुण्य में अधिक हों

उदाहरण (i)

$$\begin{array}{r} 34 \\ 12 \\ \hline \end{array}$$

गुणनफल का प्रथम भाग = (4,2) की उर्ध्व गुणा

= 4x2 = 8

दूसरा अंक = (2,3) और (1,4) की तिर्यक् गुणा का जोड़ = 2x3+1x4 = 10

तीसरे अंक का मान = (3x1) उर्ध्वगुणा = 3

अतः गुणनफल = $3/1^0/8$ = 408

(ii)

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 63 \\ \hline \end{array}$$

गुणनफल का पहला अंक = 3x4 = 12

दूसरा अंक = (3,5) और (6,4) की तिर्यक् गुणा का जोड़

= 15+24 = 39

तीसरा अंक = (5,6) की ऊर्ध्व गु णा

= 30

अतः गुणनफल $= 30/3^9/1^2 = 3402$

(iii) 78

x 57

पहला चरण = 8x7 = 56

दूसरा चरण = 7x7+5x8 = 89

तीसरा चरण = 7x5 = 35

अतः गुणनफल $= 35/8^9/5^6 = 4446$

(iv) जब गुण्य में तीन अंक हों और गुणक में दो अंक ही अंक हों

जैसे 348

54

प्रथम चरण = 8x4 = 32

दूसरा चरण = 4x4+8x5 = 56

तीसरा चरण = 4x3+5x4 = 32

चौथा चरण = 3x5 = 15

अतः गुणनफल $= 15/3^2/5^6/3^2 = 18792$

इसी प्रकार गु ण्य में और अधिक अं क होने पर क्रिया की जाती है ।

5.3.2 जब गुणक के तीन अंक हों

(i) 437

574

पहला चरण = 7x4 = 28

दूसरा चरण = 3x4+7x7 = 61

तीसरा चरण = नीचे से पहले और ऊपर से तीसरे अंक और नीचे से तीसरे और ऊपर से पहले अंक की तिर्यक् गुणा और ऊपर नीचे के दूसरे अंकों की ऊर्ध्व गुणा का जोड़

= 4x4+5x7+3x7

= 72

चौथा चरण = नीचे से तीसरे और ऊपर से दूसरे तथा नीचे से दूसरे और ऊपर से तीसरे अंक की तिर्यक् गुणा का जोड़

$= 4x7+5x3 = 43$

पांचवा चरण $= 4x5 = 20$

अतः गुणनफल $= 20/4^{3}/7^{2}/6^{1}/2^{8}$

$= 250838$

यदि हम संकेत के लिए ऊपर के अंकों के साथ उ1, उ2, उ3 आदि प्रयोग करें और नीचे के अंकों के लिये नी1, नी2, नी3 आदि लिखें तो

(ii) 734

562

प्रथम चरण = उ1xनी 1 = 4x2 = 8

दूसरा चरण = उ1x नी2+उ2xनी1

= 4x6+3x2= 30

तीसरा चरण = नी1xउ3+नी3xउ1+उ2xनी2

= 2x7+5x4+6x3 = 52

चौथा चरण = नी2xउ3+नी3xउ2

= 6x7+5x3 = 57

अंतिम चरण = 7x5 = 35

अतः गुणनफल $= 35/5^{7}/5^{2}/3^{0}/8$

= 412508

(iii) 5672

456

प्रथम चरण = उ1xनी1 = 6x2 = 12

दूसरा चरण = नी1xउ2+नी2xउ1

= 6X7+5x2 = 52

तीसरा चरण = नी1xउ3+नी3xउ1+नी2xउ2

= 6x6+4x2+5x7 = 79

चौथा चरण = नी1xउ4+नी3xउ2+नी2xउ3

= 6x5+4x7+5x6= 88

पांचवां चरण = नी2xउ4+नी3xउ3 = 5x5+4x6

= 49

अंतिम चरण = 4x5 = 20

अतः गुणनफल $= 20/4^{9}/8^{8}/7^{9}/5^{2}/1^{2}$

$= 2586432$

5.3.3 जब गुणक के चार अंक हों ।

(i) 3457

5632

प्रथम तीन चरण तो पहले की तरह होंगे जैसे

पहला चरण $= 2x7 = 14$

दूसरा चरण $= 2x5+3x7 = 31$

तीसरा चरण $= 2x4+6x7+3x5 = 65$

चौथा चरण = नी1xउ4+नी4xउ1+नी2xउ3+नी3xउ2

$= 2x3+5x7+3x4+6x5 = 83$

पांचवां चरण = नी2xउ4+नी4xउ2+नी3xउ3

$= 3x3+5x5+6x4 = 58$

छटा चरण = नी3xउ4+नी4xउ13

$= 6x3+5x4 = 38$

अंतिम चरण $= 5x3 = 15$

अतः गुणनफल $= 15/3^{8}/5^{8}/8^{3}/6^{5}/3^{1}/1^{4} = 19469824$

(ii) 2342

3453

$= 8081926$

अभ्यास द्वारा हम सीधे ही कर सकते हैं और यही प्रक्रिया अधिक अंकों वाली सं ख्याओं के साथ बढ़ाई जा सकती है ।

5.3.4 गुणा में ऊर्ध्वतिर्यम् म्याम् के साथ विनकुलम् का प्रयोग

उदाहरण (i) $9x8 = 1\bar{1}x1\bar{2}$

$1\bar{1}$

$1\bar{2}$

$1/\bar{3}/2 = 1\bar{3}2 = 72$

(ii) $84 \times 78 = 1\bar{2}4 \times 1\bar{2}2$

$1\bar{2}4$

$12\bar{2}$

$1/\bar{4}/6/\bar{4}/8 = 1\bar{4}6\bar{4}8 = 6552$

(iii) 9987×9992

$= 100\bar{1}\bar{3}$

$\times 100\bar{1}2$

यहाँ दोनों में पांच अंक हो गए । गुणा इस प्रकार होगी

प्रथम चरण = नी$_1$xउ$_1$ = $2 \times -3 = -6$

दूसरा चरण = नी$_1$xउ$_2$xनी$_1$ = $2 \times \bar{1} + \bar{1} \times 3 = 1$

तीसरा चरण = नी$_1$xउ$_3$+नी$_3$xउ$_1$+नी$_2$xउ$_2$

$= 2 \times 0 + 0 \times 3 + 1 \times 1 = 1$

चौथा चरण = नी$_1$xउ$_4$+नी$_4$xउ$_1$+नी$_2$xउ$_3$+नी$_3$xउ$_2$

$= 2 \times 0 + 0 \times \bar{3} + \bar{1} \times 0 + 0 \times \bar{1} = 0$

पांचवां चरण = नी$_1$xउ$_5$+नी$_5$xउ$_1$+नी$_2$xउ$_4$+नी$_4$xउ$_2$+न$_{m3}$xउ$_3$

$= 2 \times 1 + 1 \times \bar{3} + \bar{1} \times 0 + 0 \times \bar{1} + 0 \times 0 = -1$

छटा चरण = नी$_2$xउ$_5$+नी$_5$xउ$_2$+नी$_2$xउ$_4$+नी$_4$xउ$_2$

$= \bar{1} \times 1 + 1 \times \bar{1} + 0 \times 0 + 0 \times 0$

$= \bar{2}$

सातवां चरण = नी$_3$xउ$_5$+नी$_5$xउ$_3$+नी$_4$xउ$_4$

$= 0 \times 1 + 1 \times 0 + 0 \times 0 = 0$

आठवां चरण = नी$_4$xउ$_5$+नी$_5$xउ$_4$

$= 0 \times 1 + 1 \times 0 = 0$

नवां चरण = नी$_5$xउ$_5$ = $1 \times 1 = 1$

अतः गुणनफल $= 100\bar{2}\bar{1}011\bar{6}$

$= 99790104$

इसमें हमने देखा कि गुणा के चरण कितने सरल हो गए इसी प्रश्न को विनकुलम् में बदलने के पश्र्चात् आधार विधि से भी कर सकते हैं । जबकि आधार 10000 होगा । गुणनफल का पहला = $\bar{1}\bar{3} \times \bar{1}2$

ऊर्ध्व तिर्यम् द्वारा $= 011\bar{6}$ और

दूसरा भाग $= 100\bar{1}3+12=1002\bar{1}$

अतः गु णनफल $=1002\bar{1}011\bar{6}$

$= 99790104$

5.4 साधारण गु णा की रीति में भी विनकु लम् का प्रयोग हो सकता है

जैसे उदाहरण (i) 9999x5764

केवल 9999 में विनकुलम् का प्रयोग करके

$$
\begin{array}{r}
5764 \\
1000\bar{1} \\
\hline
\bar{5}\ \bar{7}\bar{6}\bar{4} \\
5\ 7\ 6\ 4\qquad\quad \\
\hline
5764\,\overline{5764} = 57634236
\end{array}
$$

(ii)

$$
\begin{array}{rl}
 & 578 \text{x} 98 \\
= & 578 \times 10\bar{2} \\
 & 578 \\
 & 10\bar{2} \\
\hline
 & \bar{1}\bar{1}5\bar{6} \\
 & 578 \\
\hline
 & 567\bar{5}\bar{6} = 56644
\end{array}
$$

5.5 11 तथा 12 आदि से गुणा के सरल उदाहरण

(i)11 के साथ गुणा करते समय पहले अंक को दूसरे में दूसरे को तीसरे में जोड़ते जाते हैं

$$
\begin{array}{l}
\quad 6784 \\
\quad\ \ 11 \\
\hline
6 /6+7/ 7+8/ 8+4/ 4 \\
= 6/1^3/1^5/1^2/4 = 74624
\end{array}
$$

(ii) 12 के साथ गुणा करने के लिए अंकों को 2 से गुणा करके प्रत्येक से पहला अंक जोड़ते जाते हैं।

$$\begin{array}{c} 9763 \\ 12 \\ \hline 9/7+18/6+14/3+12/6 \\ = 9/2^{5}/2^{0/}1^{5}/6 = 117156 \end{array}$$

इसी प्रकार यदि 13 से गुणा करना हो 3 से गुणा करके पहला अंक जोड़ते जाते हैं और 14 से गुणा के लिए 4 से गुणा करते जाते हैं इत्यादि

अध्याय षष्टम्

भाग

वैदिक गणित में भाग परावर्त्य योज्येत एवं 'ध्वंजक' सूत्रों के साथ की जाती है। इनके साथ कभी सुविधा के लिए निखलं सूत्र एवं विनकुलम् और ऊर्ध्व तिर्यमुम्याम् का प्रयोग भी किया जाता है।

6.1 परावर्त्य येज्येत का प्रयोग करके व्यवकलम में बताया जा चुका है। बीजगणित में भाग करने के लिए इसका प्रयोग बड़ी सरलता से किया जा सकताहै और फिर अंक गणित की भाग भी उसी प्रकार से करने पर आसानी से समझ में आ जाती है।

6.1.1 x2+3x+8 को x-2 से भाग दो

	x -2 :	x^2	+ 3x	÷8
भाजकांक		+2	+ 2	+10
		1	+5 /	18

अतः भागफल = x+5

तथा शेष = 18

यह तो स्पष्ट है कि भागफल में दो पद होंगे और शेष में एक पद होगा

विधि : पहले- 2 का चिह्न बदलकर +2 कर दिया जाता है। फिर भाज्य के नीचे कुछ स्थान छोड़कर रेखा खींच कर उसके नीचे भाज्य के पहले पद का गुणक +1 लिख दिया, फिर 1xभाजकांक 2 = 2 को दूसरे पद के नीचे लिख दिया और इसको दूसरे पद के गुणक के साथ जोड़ कर नीचे लिख दिया।

इस प्रकार जोड़ 5 आया आगे एक तिर्छी रेखा खींच कर 5xभाजकांक 2 = 10, 10 तीसरे पद से जोड़ने पर = 18, यह 18 शेष हुआ। भाज्य के प्रथम पद को भाजक के प्रथम पद से भाग देकर x आया अतः भाग फल 1+5 के स्थान पर x+5 लिख दिया।

6.1.2 $3x^2+13x+8$ को x+2 से भाग दो

$$\begin{array}{l} x+2 : 3x^2 + \ 13x \quad +8 \\ \quad -2 \qquad\quad -6 \quad -14 \\ \hline \qquad 3 \qquad\qquad +7/-6 \end{array}$$

विधि : भाजक में +2 को बदल कर -2 बनाया, यह भाजकांक हुआ, x^2 का गुणक 3 रेखा के नीचे लिखा। 3x-2= -6, 13-6 = 7, इसके आगे तिर्छी रेखा खींची 7x-2 = -14, ८-14= -6

अतः भागफल = 3x+7

शेष = -6

ı.1.3 $3x^3 - 3x^2+5x-7$ को x+3 से भाग दो

$$\begin{array}{l} x+3 \ : \quad x^3-3x^2+5x \ -7 \\ -3 \qquad\quad -3 \quad +18 \ -69 \\ \hline \qquad\quad 1 \quad -6 \ +23/ \quad -76 \end{array}$$

अतः भागफल $= x^2-6x+23$

शेष = -76

शेष प्रमेय द्वारा जांच

$f(x) = x^3-3x^2+5x-7$

भाजकांक को x मानकर

शेष $= f(-3) = (-3)^3 -3(-3)^2+5(-3)-7$

$= -27-27-15-7$

$= -76$

अतः उत्तर शुद्ध है ।

6.1.4 $x^4-2x^3-3x^2+4x-5$ को x^2-2x+3 से भाग दो

$$\begin{array}{l} x^2 \ -2x+3 : x^4-2x^3-3x^2+ 4x-5 \\ \qquad +2 \ -3 \qquad +2 \ -3 \\ \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -21+18 \\ \hline \qquad\qquad\quad 1 \ +0 \ -6 \ / -8 \ + \ 13 \end{array}$$

$x^4 \div x^2 = x^2$, x की दूसरी घात है अतः भागफल 3 पदों में होगा और शेष दो पदों में।

यहाँ पर -2+3 के चिह्न बदलकर +2-3 भाजकांक बने । फिर उदाहरण के अनुसार क्रिया से

भागफल $= x^2+0x-6 = x^2-6$

और शेष $= -8x+13$

6.2 अंक गणित में प्रयोग ।

6.2.1 34567 को 102 से भाग दो ।

$$\begin{array}{l} 102 : 3\,4\,5\,6\,7 \\ \quad 0\bar{2} \quad\; 0\bar{6} \\ \qquad\qquad 0\bar{8} \\ \qquad\qquad\quad 02 \\ \hline \qquad 34\bar{1}/\bar{2}9 \end{array}$$

अतः भागफल $= 34\bar{1} = 339$

शेष $= \bar{2}9$

क्योंकि शेष ऋणात्मक है अतः भागफल से एक कम करके शुद्ध भागफल = 339-1 = 338

और शेष $= 102+\bar{2}9$

$= 91$

क्रिया : स्पष्ट है कि भागफल तीन अंकों का होगा । 02 का चिह्न बदलकर $0\bar{2}$ बना दिया । भाज्य के नीचे कुछ स्थान छोड़ कर रेखा खींच ली और उसके नीचे भाज्य का पहला अंक 3 लिख दिया । फिर $0\bar{2}$x3 = $0\bar{6}$ को भाज्य के अगले दो अंकों के नीचे लिख दिया । फिर 4+0= 4, 4 भागफल का दूसरा अंक बना । फिर $0\bar{2}$x4 = $0\bar{8}$ को 5, 6 वाले स्तम्भों मे नीचे लिखा | $5+\bar{6}+0 = -1$ और $\bar{1}$ भागफल का तीसरा अंक आया । क्योंकि भागफल में तीन ही अंक होने हैं । अतः इसके आगे एक तिर्छी रेखा खींची । फिर $0\bar{2}$x$\bar{1}$ = 02 को 6, 7 के स्तम्भों के नीचे लिख दिया ।

$6+\bar{8}+0 = \bar{2}$ और 7+2 = 9 अतः शे ष=$\bar{2}9$

और भागफल = $34\bar{1}$ । इसके आगे की क्रिया ऊपर स्पष्ट है ।

वैदिक पद्धति से उत्तर की जाञ्च

भाज्य 34567 की एक अंकीय संख्या = 7

भजनफल 338 की एक अंकीय संख्या = 5

भाजक 102 की एक अंकीय संख्या = 3

शेष 91 की एक अंकीय संख्या = 1

भाजक x भजनफल + शेष = 3x5+1 =16= 1+6 = 7

अतः उत्तर शु द्ध है ।

6.2.2: 235432 को 1003 से भाग दो

$$
\begin{array}{llllllll}
1003 : & 2 & 3 & 5 & 4 & 3 & 2 & \\
00\bar{3} & & 0 & 0 & \bar{6} & & & \\
 & & & 0 & 0 & \bar{9} & & \\
 & & & & 0 & 0 & \overline{15} & \\
\hline
 & 235/ & & & \bar{2} & \bar{6} & \bar{1}\bar{3} & \\
 & & & & \bar{2} & \bar{7} & \bar{3} &
\end{array}
$$

क्योंकि शेष 273 ऋणात्मक है

$\therefore$ संशोधित भागफल = 235-1 = 234

और शेष = -273+1003

= 730

6.2.3 : 348956 को 89 से दशमलव के दो स्थानों तक भाग दो ।

स्पष्ट है कि उत्तर का पू र्णां श चार अकों में होगा ।

केवल भाजक को निखलं सूत्र द्वारा विनकुलम् में बदलकर

$89 = 1\overline{11}$

$1\overline{11}$: 348956

11 33

77

1818

3434

$3\,7\,1\;{}^{8}3^{4}$ / $57_{4}{}^{0}$

610

3914 66

3920 / 6 76

76000

77

13 13

7,3 / $20_{1}{}^{3}$

21300

83 / 22233

353

3920.853 = 3920.85

और सरलता के लिए भाज्य के कुछ अंकों को और भाग क्रिया में सुविधानुसार बड़े अंकों को विनकुलम् मे बदलते जाएं तो क्रिया और भी सरल हो जाती है। 348956 = 351156

$1\overline{11}$: $35\overline{11}\bar{5}6$

11 (33)

47

99

$10\bar{1}$

22

00

3920/ (76)

अतः उत्तर 84000

(88)

$9\bar{2}$

55

3920.85 33

853/83

6.3 'ध्वजंक' सूत्र का प्रयोग

इस सूत्र का प्रयोग जब भाजक मे दो या दो से अधिक अंक हों तो किया जाता है। यदि भाजक में दो ही अंक हों तो इकाई के अंक को ध्वजंक और दहाई के अंक को भाजकांक कहते हैं। यदि भाजक में तीन अंक हों तो यदि इकाई के अंक को छोड़कर दूसरे अंकों से बनी संख्या का पहाडा आ जाता हो तो इकाई के अंक को ध्वजंक और दूसरे दो अकों को भाजकांक मान लेते हैं। और यदि इनका पहाड़ा न आताहो तो 'ध्वजंक' इकाई दहाई के दो अकों का हो जाता है और सैंकड़े का अंक भाजकांक बना लिया जाता है। इस प्रकार 'ध्वजंक' इकाई दहाई के दो अंकों का हो जाताहै। और सैंकड़े का अंक भाजकांक बना लिया जाता है

इस प्रकार 'ध्वजंक' दो, तीन या अधिक अंको का हो जाता है। पर भाजकांक उतने एक या दो अकों का ही होता है जिनका पहाड़ा आ जाए। समस्त क्रिया एक ही पंक्ति में हो जाती है। चाहे भाज्य और भाजक में कितनी बड़ी संख्याएं हों। साथ ही 'ऊर्ध्वतिर्यक' सूत्र भी सहारा लिया जाता है। सारी क्रिया अगले उदाहरणों में स्पष्ट हो जाएगी।

6.3.1 5788 को 63 से भाग दो

यहाँ ध्वजंक = 3 और भाजकांक = 6

3	: 578	: 8
6	3	5
	9 1	- 55

क्रिया : 57 ÷ 6= 9-3 , अतः भागफल का प्रथमांक 9 हुआ शेष 3 को भाज्य के अगले अंक

8 से जोड़ा तो 38 हुआ 38 - प्रथम भागफलांक 9xधनांक 3= 38-27 = 11, 11÷6=1-5 अतः भागफल का दूसरा अंक 1 आया और शेष 5 को भाज्य के अगले अंक 8 से जोड़ा तो 58 हुआ 58-1x3 = 55,

भागफल में दो ही अंक होंगे।

अतः भागफल = 91 और शेष = 55

वैदिक पद्धति से जाञ्च

भाज्य 5788 की एक अंकीय संख्या = 1

भाजक 63 की एक अंकीय संख्या = 9

भागफल 9 की एक अंकीय संख्या = 1

शेष 55 की एक अंकीय संख्या = 1

भागफल x भाजक + शेष = 1x9+1 = 10

= 1+0 = 1 = भाज्य की एक अंकीय संख्या।

अतः उत्तर शुद्ध है।

6.3.2 57684 ÷ 48

ध्वजंक = 8 और भाजकांक = 4

8	: 5768	: 4
4	110	4
	1201	- 36

प्रथम चरण = 5 ÷ 4= 1-1, अतः भागफल का प्रथमांक । हुआ और शेष 1 का भाज्य के अगले अंक से जोड़ा तो 17 हुआ।

दूसरा चरण = 17-1x8= 9, 9 ÷ 4= 2-1, अतः भागफल का दूसरा अंक 2 हुआ शेष 1 को भाज्य के अगले अंक 6 से जोड़ा तो 16 हुआ।

तीसरा चरण = 16-2x8=0, 0 ÷ 4= 0-0 अतः भागफल का अगला अंक 0 हुआ और शेष 0 को अगले अंक 8 से जोड़ा तो 8 हुआ।

चौथा चरण =0 8 ÷ 4=1-4 अतः भागफल का अगला अंक 1 हुआ और शेष 4 को भाज्य के अं तिम अंक 4 से जोड़ा तो 44 हुआ । 44-1x8= 36 अतः शेष = 36 और भागफल = 1201

नोटः चौथे चरण 8 ÷ 4=2-0 नहीं किया क्योंकि ऐसा करने 0 को अगले अंक 4 से जोड़ने पर 4 ही रहना था और 4-2x8 ऋणात्मक शेष आना था ।

6.3.3 : 35768 ÷ 49

ध्वजंक =9,   भाज्न्यांक = 4

9 : 3576 : 8

4   76   12

729   47

प्रथम चरण = 35 ÷ 4 = 7-7

दूसरा चरण = 77-9x7= 14, 14 ÷ 4 = 2-6

तीसरा चरण = 66-2x9 = 48, 48 ÷ 4= 9-12

चौथा चरण = 128-9x9 = 47

यहाँ भी प्रथम तीन चरणों में 6.3.2 के अन्त में दिये हुए नोट के अनुसार ही किया गया ।

भाजक 49 को विनकुलम् में बदलने से क्रिया और भी सरल हो जाती है ।

49 = 51

1 : 3576 : 8

5   04   3

729 - 47

प्रथम चरण = 35 ÷ 5= 7-0

दूसरा चरण = 7-7x$\bar{1}$= 7+7 = 14, 14 ÷ 5 = 2-4

तीसरा चरण = 46-2x$\bar{1}$= 46+2= 48, 48÷ 5= 9–3

चौथा चरण = 38-9x$\bar{1}$ = 47

अतः भागफल = 729, शेष = 47

6.3.4: 76453 ÷ 135

5 : 7645 : 3

13   11 11   7

566 — 43

तीसरा चरण = 115-5x6 = 85, 85 ÷ 13= 6-7

चौथा चरण = 73-5x6 = 43

अतः भागफल = 566, शे ष = 43

3.5 657894 ÷ 842

42 : 6578 : 94

8 95 4

781-292

प्रथम चरण = 65 ÷ 8= 7-9

दूसरा चरण = 97-7x4 = 69, 69 ÷ 8= 8-5

तीसरा चरण = 58-(4, 2 और 7,8) की तीर्यक् गुणा का जोड़

= 58-(4x8+7x2) = 12, 12 ÷ 8 = 1-4

चौथा चरण = 494 - (42x81) में उर्ध्वतिर्यगम्याम्

से पहले दो चरण = 494 - 202 = 292

अतः भागफल = 781, शेष = 292

3.6 6489 ÷ 1248

48 : 5764 : 89

12 98 16

461 - 1161

प्रथम चरण = 57 ÷ 12= 4-9

दूसरा चरण = 96-4x4 = 80, 80 ÷ 12= 6-8

तीसरा चरण = 84-(48x46 में अंकों की तिर्यक गुणा का जोड़ ।

= 84-(6x4+4x8)= 84-56

= 28, 28 ÷ 12 = 1-16

चौथा चरण = 1689 - (48x61) में ऊर्ध्वतिर्यग् द्वारा गुणा करते हुए पहले दो चरण

= 1689-528 = 1161

अतः भागफल = 461 शेष = 1161

3.7 6754589 ÷ 8563

563 : 6754 : 589

8 11 16 18

788 - 6945

प्रथम चरण = 67-8 = 7-11

दूसरा चरण = 115-7x5 = 80 ÷ 8= 8-16

तीसरा चरण = 164-(56x78) में अंकों की तिर्छी गुणा

का जोड़ = 164-(5x8+7x6) = 82, ४2 8= 8-18

चौथा चरण = 18589-(563x788) में ऊर्ध्व तिर्यग् से पहले तीन चरण

= 18589- 11644 = 6945

अत:भागफल = 788

शेष = 6945

सप्तम अध्याय

7 वर्गीकरण

किसी संख्या के वर्ग करने के लिए गुणा के अध्याय में वर्णित विधियों के साथ साथ 'एकाधिकेन पूर्वेन' तथा इन्द्वयोग सूत्र का प्रयोग विशेषकर होता है।

7.1 आधार विधि से वर्ग करने के लिए 10, 100, 1000 आदि आधारों तथा इनके उपाधारों का प्रयोग किया जाता है।

उदाहरण (i) $12^2 = 12x12 = 12+2/4 = 144$

(ii) $18^2 = 18x18$

$= 18+8/6^4 = 26/6^4$

$= 324$

(iii) $103^2 = 103x\ 103$

$= 103+3/09 = 10609$

(iv) $98^2 = 98^{-2}x98^{-2}$

$= 98-2/04 = 9604$

(v) $52^2 = 52x52$

आधार = 10, गु णक= 5

$= (52+2)x5/2x2$

$= 2704$

(vi) $63^2 = 63x63$, आधार = 10, गुणक = 6

$= (63+3)x6/3x3$

$= 3969$

(vii) $507^2 = 507x507$, आधार = 100, गुणक = 5

$= 5(507+7)/7x7$

$= 257049$

या आधार 1000, उपगुणक = 1/2

$= \frac{507+7}{2} / 7x7$

$$\frac{514}{2}/049 = 257049$$

(viii) $252^2 = 252x252$, आधार $= 1000$, उपगु णक= $\frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$

$$= \frac{(252+2)}{4}/2x2$$

$$= \frac{254}{4}/004 = 63504$$

7.2 एकाधिकेन पूर्वेन सूत्र का प्रयोग

अर्थात् जो अंक है उससे एक अधिक से गुणा करना । इस सूत्र का प्रयोग उन्हीं संख्याअे के लिये किया जाता है जिनका इकाई का 5 अंक हो ।

विधि : उत्तर का पहला भाग $= 5^2 = 25$

और दूसरा भाग = दहाई का अंकX(1+ दहाई का अंक)

उदाहरण (i) $= 15^2 = 1x(1+1)/5^2$

$= 225$

(i) $45^2 = 4x(4+1)/5^2$

$= 2025$

(ii) $75^2 = 7(7+1)/5^2$

$= 5625$

(iii) $105^2 = 10(10+1)/5^2$

$= 11025$

नोटः क्योंकि यह 100 के निकट की संख्या है इसे आधार पद्धति से भी कर सकते हैं जैसे

$105^2 = (105+5)/5x5$

$= 11025$

7.3 द्वन्द्व योग सूत्र का प्रयोग

एक अंकीय संख्या का द्वन्द्व योग उसका वर्ग होता है ।

दो अंकों का द्वन्द्व योग, उनके गुणनफल का दुगना होता है ।

तीन अंकों का द्वन्द्व योग = (पहला अंक x तीसरा अंक x2+ दूसरे का वर्ग)

पांच अंकों का द्वन्द्व योग = 2(पहला अंक x पांचवां अंक) +2(दूसरा अंकx चौथा अं क) + तीसरे अंक का वर्ग

छः अंकों का द्वन्द्व योग = 2(पहला अंक x छटा अंक) +2 (दूसरा अंकx पांचवां अंक)+2(तीसरा अंकx चौथा अंक)

इसी प्रकार अधिक अंकों के द्वन्द्व योग भी निकाले जा सकते हैं। तथा वर्ग क्रिया संख्या के चाहे इकाई के अंक से आरम्भ करें चाहे अन्तिम अंक से 1 बड़े अंकों वाली संख्या में विनकुलम् का प्रयोग भी कर लिया जाता है ताकि कोई अंक 5 से बड़ा न रहे। वर्ग करने की प्रक्रिया नीचे दिए गए उदाहरणों से स्पष्ट हो जाएगी।

(i) $53^2 = 25/3^0/^9 = 2809$

प्रथम चरण $= 3^2 = 9$

दूसरा चरण $= (3,5)$ का द्वन्द्वयोग $= 2x3x5 = 30$

तीसरा चरण $= 5^2 = 25$

(ii) $567^2 = 25/6^0/10^6/8^4/4^9$

$= 321489$

दाईं ओर से प्रथम चरण $= 7^2 = 49$

दूसरा चरण $= 2x6x7$, $(6,7)$ का द्वन्द्व योग

$= 84$

तीसरा चरण $= (5,6,7)$ का द्वन्द्व योग

$= 2x5x7+6^2$

$= 70+36 = 106$

चौथा चरण $= (5,6)$ का द्वन्द्व योग $= 2x5x6 = 60$

अंतिम चरण $= 5^2 = 25$

(iii) $2354^2 = 4/1^2/2^9/4^6/4^9/4^0/1^6$

$= 5541316$

दाईं ओर से

प्रथम चरण $= 4^2 = 16$

दूसरा चरण $= (5,4)$ का द्वन्द्व योग $= 2x5x4 = 40$

तीसरा चरण $= (3,5,4)$ का द्वन्द्व योग $= 2x3x4+5^2$

$= 24+25 = 49$

चौथा चरण $= (2,3,5,4)$ का द्वन्द्व योग

$= 2x2x4+2x3x5$

$= 16+30 = 46$

पांचवां चरण $= (2,3,5)$ का द्वन्द्व योग

$= 2x2x5+3^2 = 20+9 = 29$

छटा चरण = (2,3) का द्वन्द्व योग = $2 \times 2 \times 3 = 12$

सातवां चरण = $2^2 = 4$

(iv) $(23645)^2 = 4/1^2/3^3/5^2/8^0/7^8/7^6/4^0/2^5$

$= 559086025$

बाईं ओर से आरम्भ करते हुए

प्रथम चरण = $2^2 = 4$

दूसरा चरण = (2,3) का द्वन्द्व योग = $2 \times 2 \times 3 = 12$

तीसरा चरण = (2,3,6) का द्वन्द्व योग = $2 \times 2 \times 6 + 3^2 = 33$

चौथा चरण = (2,3,6,4) का द्वन्द्व योग= $2 \times 2 \times 4 + 2 \times 3 \times 6 = 52$

पांचवां चरण = (2,3,6,4,5) का द्वन्द्व योग = $2 \times 2 \times 5 + 2 \times 3 + 4 + 6\ 2$

$= 80$

छटा चरण = (3,6,4,5) का द्वन्द्व योग = $2 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 4$

$= 78$

सातवां चरण = (6,4,5) का द्वन्द्व योग = $2 \times 6 \times 5 + 4^2 = 76$

आठवां चरण = (4,5) का द्वन्द्व योग = $2 \times 4 \times 5 = 40$

नवां चरण = $5^2 = 25$

(v) $(57643)^2 = (1\bar{4}\bar{2}443)^2$

क्योंकि यहाँ बहुत से अंक 5 से बड़े ये अतः संख्या को विनकुलम् में बदल लिया

बाई ओर से आरम्भ करते हुए

प्रथम चरण = $1^2 = 1$

दूसरा चरण = $2 \times 1 \times \bar{4} = \bar{8}$ $(1, \bar{4})$ का द्वन्द्व योग।

तीसरा चरण = $(1,\bar{4},\bar{2})$ का द्वन्द्व योग = $2 \times 1 \times \bar{2} + (\bar{4})^{-2} = 12$

चौथा चरण = $(1,\bar{4},\bar{2},\bar{4})$ का द्वन्द्व योग = $2 \times 1 \times \bar{4} + 2 \times \bar{4} \times \bar{2}$

$= 2(\bar{4} + 8) = 8$

पांचवा चरण = $(1,\bar{4},\bar{2},\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग = $2 \times 1 \times 4 + 2 \times \bar{4} \times \bar{4} + (\bar{2})^2$

$= 2(4+16)+4 = 44$

छटा चरण = $(1,\bar{4},\bar{2},\bar{4}.4,3)$ का द्वन्द्व योग = $2(1 \times 3) + 2(\bar{4} \times 4) + 2(\bar{2} \times \bar{4}) =$
$2(3-16+8) = \bar{1}0$

$= 2(\bar{4}\text{x}3)+2(\bar{2}\text{x}4)+(\bar{4})^2$

$= 2(\overline{12}+\bar{8})+16 = -40+16 = -24$

आठवां चरण $=(\bar{2},\bar{4},4,3)$ का द्वन्द्व योग $= 2(\bar{2}\text{x}3+\bar{4}\text{x}$

$= 2(-6-16) = \overline{44}$

नवां चरण $= (\bar{4},4,3)$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}\bar{4}\text{x}3+4^2 = \bar{8}$

दसवां चरण $= (4,3)$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}4\text{x}3 = 24$

ग्यारहवां चरण $= 3^2 = 9$

अत: $(57643)^2 = (1\overline{424}43)^2$

$= 1/\bar{8}/1^{2}/8/4^{4}/\bar{1}^{0}/\bar{2}^{\bar{4}}/\bar{4}^{\bar{4}}/\bar{8}/2^{4}/9$

$= 17323\overline{2846}49$

$= 3322715449$

(vi) $(72564)^2 = (1\bar{3}3\overline{44}4)^2$

$(1,\bar{3})$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}1\text{x}\bar{3} = \bar{6}$

$(1,\bar{3},3)$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}1\text{x}3+\bar{3}^2 = 15$

$(1,\bar{3},3,\bar{4})$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}1\text{x}\bar{4}+2\text{x}\bar{3}\text{x}3$

$= 2(\bar{4}+\bar{9}) = \overline{26}$

$(1,\bar{3},3,\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग $=2(1\text{x}\bar{4})+2(\bar{3}\text{x}\bar{4})+3^2$

$= 2(\bar{4}+12)+9 = 25$

$(1,\bar{3},3,\bar{4},\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग $=2(1\text{x}4)+2(\bar{3}\text{x}\bar{4})+ 2 \text{ x } (3\text{x}\bar{4})$

$2(4+12-12) = 8$

$(\bar{3},3,\bar{4},\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग $= 2(\bar{3}\text{x}4)+2(3\text{x}\bar{4})+(\bar{4})^2$

$= 2(-12-12)+16 = \overline{32}$

$(3,\bar{4},\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}3\text{x}4+2\text{x}\bar{4}\text{x}\bar{4} = 56$

$(\bar{4},\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}\bar{4}\text{x}4+(\bar{4})^2 = \overline{16}$

$(\bar{4},4)$ का द्वन्द्व योग $= 2\text{x}\bar{4}\text{x}4 = \overline{32}$

$4^2 = 16$

अत: $(72564)^2 = (1,\bar{3},3,\bar{4},\bar{4},4)^2$

$= 1/\bar{6}/1^{5}/\bar{2}^{\bar{6}}/2^{5}/8/\bar{3}^{\bar{2}}/5^{6}/\bar{1}^{\bar{6}}/\bar{3}^{\bar{2}}/1^{6}$

$= 1\bar{5}3\bar{4}55359\bar{1}6$

$= 5265534096$

7.4 पूर्ण वर्ग संख्याओ की विशेषता

$1^2 = 1$, 1 की एक अंकीय संख्या = 1

$2^2 = 4$,4 की एक अंकीय संख्या = 4

$3^2 = 9$, 9 की एक अंकीय संख्या = 9

$4^2 = 16$, 16 की एक अंकीय संख्या = 7

$5^2 = 25$, 25 की एक अंकीय संख्या = 7

$6^2 = 36$, 36 की एक अंकीय संख्या = 9

$7^2 = 49$, 49 की एक अंकीय संख्या = 4

$7^2 = 49$,49 की एक अं कीय सं ख्या= 4

$8^2 = 64$, 64 की एक अंकीय संख्या = 1

$9^2 = 81$, 81 की एक अंकीय संख्या = 1

अतः पूर्ण वर्ग संख्याओं की एक अंकीय संख्याओं की एक अंकीय संख्या 1, 4, 9, 7 ही होती है और ईकाई का अंक 1, 4, 9, 6 या 5 ही होता है।

अष्टम अध्याय

8 धन मालूम करना

धन मालूम करने के लिए गुणा के वे सभी नियम लगते हैं जो गुणा के अध्याय में लिखे गए हैं। इसके अतिरिक्त 'अनुरूप्येन' उपसूत्र का प्रयोग होता है। यहाँ किसी अन्य सरल सूत्र से धन मालू म करना सम्भव न हों वहाँ 'ऊर्ध्व तिर्य मू म्याम् ' का प्रयोग कर लिया जाता है ।

8.1 गुणा की आधार पद्धति से धन मालूम करना

(i) 12^3 मालम करो।

आधार $= 10$

पहला पद $= 2^3$

दूसरा पद $= 2^2 x3 = 12$

तीसरा पद $= 12+2x2= 16$

अतः $12^3 = 16/1^2/8 = 1728$

विधि पहला पद = अधिकता का धन

दूसरा पद = 3x अधिकता का वर्ग

तीसरा पद = संख्या +2x अधिकता

(ii) 14^3 मालूम करो, आधार $= 10$

पहला पद $= 4^3 = 64$

दूसरा पद $= 3x4^2 = 48$

तीसरा पद $= 14+2x4 = 22$

अतः $14^3 = 22/4^8/6^4$

$= 2744$

(iii) $103^3 = (100+3)^3$, आधार $= 100$

पहला पद = $3^3 = 27$

दूसरा पद = $3x3^2 = 27$

तीसरा पद = $103+3x2 = 109$

अतः $103^3 = 1092727$

(iv) $98^3 = (100+2)^3$ आधार $= 100$

पहला पद $= (\bar{2})^3 = 0\bar{8}$

दूसरा पद $= (\bar{2})^2 x3 = 12$

तीसरा पद $= 98+2x\bar{2} = 94$

$98^3 \quad = 9412\bar{0}\bar{8} = 9411092$

(v) $1004^3 = (1000+4)^3$, आधार $= 1000$

पहला पद $= 4^3 = 064$

दूसरा पद $= 3x4^2 = 048$

तीसरा पद $= 1004+2x4 = 1012$

अत: $(1004)^3 = 1012048064$

(vi) $997^3 = (1000+\bar{3})^3$, आधार $= 1000$

पहला पद $= (\bar{3})^3 = \bar{2}\bar{7}$

दूसरा पद $= 3x(\bar{3})^2 = 027$

तीसरा पद $= 997+2x\bar{3} = 991$

अत: $997^3 = 991027\overline{027}$

$= 991026973$

(vii) $502^3 = (500+2)^3$, आधार $= 1000$, उपगुणक $= \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$

पहला पद $= 2^3 = 008$

दूसरा पद $= \frac{1}{2}(2^2 x3) = 006$

तीसरा पद $= (\frac{1}{2})^2 (502+2x2) = \frac{506}{4} = 126.5$

अत: $502^3 = 126506008$

या आधार $= 100$, गुणक $= 5$

पहला पद $= 2^3 = 08$

दूसरा पद $= 5(2^2 x3) = 60$

तीसरा पद$= 5^2(502+2x2) = 25x506 = 12650$

अत: $502^3 = 126506008$

(viii) $498^3 = (500+\bar{2})^3$, आधार $= 1000$, गुणाक $= \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$

पहला पद $= (\bar{2})^3 = 00\bar{8}$

दूसरा पद $= \frac{1}{2} \times 3 \times (\bar{2})^2 = 006$

तीसरा पद $= \frac{1}{4} \{498+2x\bar{2}\} - \frac{494}{4} = 123.5$

अत: $498^3 = 12350600\bar{\bar{8}}$

$= 12305992$

या आधार $= 100$,

या गु णक $=$ 5, आधार $= 100$

$498^3 = 5^2X(498\text{-}2x2)/5x3)(x2)^2/(2)^3$

$= 123506002$

$= 123505992$

(ix) $53^3 = (50+3)^3$, आधार $= 100$, उपगुणक $= \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

$= (\frac{1}{2})^2(53+2x3)/ \frac{3 \times 3^2}{2} / 3^3$

$= \frac{59}{4} / \frac{27}{2} / 27$

$= 14.75/13.5/27$

$= 148877$

या आधार $= 10$, गु णक $= 5$

$= 5^2x59/5x27/27$

$= 1475/13^5/2^7$

$= 148877$

(x) $47^3 = (50\text{-}3)^3$

$\frac{47 + 2 \times 3}{4} / \frac{3 \times \bar{3}^2}{2} / (3)^3$

$= \frac{41}{4} / \frac{27}{2} / 27$

$= 10.25/13.5/27$

$= 103837 = 103823$

या $= 25x41/5 \times 27\ (3)^3$

$= 1025/13\ ^5/27 = 103837 = 103823$

(xi) $42^3 = (40+2)^3$ आधार $= 10$, गु णाक $= 4$

$= 4^2x(42+2x2)/4x3x2^2/2^3$

$= 16x46/48/8$

$= 736/4^8/8 = 74088$

8.2 अनुरुप्येन अर्थात् समानानुपात के उप सूत्र का प्रयोग बीज गणित में

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2= b^3$

को ऐसे भी लिख सकते हैं $= \quad a^3+a^2b+ab^2+b^3$

$$\begin{array}{rl} & \quad 2a^2b+2ab^2 \\ \hline \text{जोड़ने पर} \quad = & a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \end{array}$$

इसकी सहायता से दो या तीन अंकों की राशियों का धन भी मालूम किया जा सकता है। यहाँ इकाई के अंक को b और दहाई या दहाई और सैंकड़े से बनी संख्या को a माना जाता है। फिर a^3, a^2b, ab^2, b^3 के मान को खुला खुला लिखा जाता है। इसके पश्चात् दूसरी पंक्ति में पहली पंक्ति के बीच के दो पदों के नीचे उनका दुगना लिखा जाता है। दाईं ओर के पहले तीन पदों से एक एक अंक ही लिया जाता है और शेष क्रम से अगले पद में हासिल के रूप में जोड़ दिया जाता है

उदाहरण (i) 11^3 मालमू करो।

यहां पर a = 1, और b = 1 अतः a^3, a^2b, ab^2, b^3 सभी का मान एक एक ही है

$$\text{अतः } 11^3 = \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 2 & 2 & \\ \hline 1 & 3 & 3 & 1 \end{array}$$

(ii) 22^3 मालूम करो। यहां a= 2,b=2

$$\text{अतः } 22^3 = \begin{array}{cccc} 8 & 8 & 8 & 8 \\ & 16 & 16 & \\ \hline 1 & 06 & 4 & 8 \end{array}$$

$$\text{(iii) } (33^3) = \begin{array}{cccc} 27 & 27 & 27 & 27 \\ & 54 & 54 & \\ \hline 27/ & 8^1/ & 8^1/ & 2^7 \end{array}$$

$= 35937$

$$\text{(iv) } 23^3 = \begin{array}{cccc} 2^3 & 2^2\text{x}3 & 3^2\text{x}2 & 3^3 \\ 8 & 12 & 18 & 27 \\ & 24 & 36 & \\ \hline 8 & /3^6/ & 5^4/ & 2^7 \end{array}$$

$= 12167$

$$\text{(v) } 43^3 = \begin{array}{cccc} 4^3 & 4^2\text{x}3 & 3^2\text{x}4 & 3^3 \\ 64 & 48 & 36 & 27 \\ & 96 & 72 & \\ \hline 64\ / & 14^4\ / & 10^8\ / & 2^7 \end{array}$$

= 79507

(vi) $111^3 =$	11^3	$11^2 x1$	$11x1^2$	1^3	
	1331	121	11	1	
		242	22		
	1367	6	3	1	= 1367631

(vii) $121^3 =$	12^3	12^2	12	1	
	1728	144	12	1	
		288	24		
	1771	5	6	1	= 1771561

8.3 जिन संख्याओं का धन 8.1 तथा 8.2 के नियमों के अनुसार न निकाला जा सके वहां द्वन्द्व योग से पहले उस संख्या वर्ग करे फिर ऊर्ध्व तिर्यग् के प्रयोग से गुणा करके निकाल लेते हैं।

(i) $434^3 = (434)^2 x434$

$= 188356$

$\times\ 434$

$= 81746504$

(ii) $867^3 = (1\overline{133})^3$

$=(1\bar{1}\bar{3}\bar{3})^2 x (1\bar{1}\bar{3}\bar{3})$

$= 1\bar{2}51689$

$= 1352\bar{3}\bar{1}\bar{1} x 1\bar{1}\bar{3}\bar{3}$

$= 1\bar{4}522\bar{9}4363$

$= 651714363$

(iii) $(2342)^3 = (2342)^2 x$ 2342

$= 5484964 x 2342$ 2342

5484964

$= 5525044$

$\times\ 2342$

12845786488 = 12845785688

8.4 धन संख्याओं की विशेषताएं

$1^3 = 1$, 1 की एक अंकीय संख्या = 1

$2^3 = 8$, 8 की एक अंकीय संख्या $= 8$

$3^3 = 27$, 27 की एक अंकीय संख्या $= 9$

$4^3 = 64$, 64 की एक अं कीय सं ख्या $= 1$

$5^3 = 125$, 125 की एक अंकीय संख्या $= 8$

$6^3 = 216$, 216 की एक अंकीय संख्या $= 9$

$7^3 = 343$, 343 की एक अंकीय संख्या $= 1$

$8^3 = 512$, 512 की एक अंकीय संख्या $= 8$

$9^3 = 729$, 729 की एक अंकीय संख्या $= 9$

अतः निम्न परिणाम देखने को मिले

(i) धन संख्याओं में इकाई का अंक कोई भी हो सकता है।

(ii) धन संख्याओं की एक अंकीय संख्या 1, 8 या 9 ही होती है और ये इसी प्रकार क्रमागत संख्यायों की क्रम से ही होती है। इनकी सहायता से धन मूल निकालने में आसानी जाती है।

नवम अध्याय

9 वर्ग मूल

साधारण भाग द्वारा वर्ग मूल निकालने की परम्परागत रीति है। हम जानते हैं कि सम अंक संख्या वाली संख्या वाली संख्या का वर्ग मूल उसके आधे अंकों में तथा विषमांक संख्या वाली संख्या का वर्ग मूल अंकों की संख्या में 1 जोड़कर बनी संख्या के आधे अंकों में आता है।

जैसे यदि किसी संख्या में अंकों की संख्या 6 हो तो वर्ग मूल में अंकों की संख्या 3 होगी और यदि किसी संख्या में अंकों की संख्या 9 हो तो वर्ग मूल में अंकों की संख्या $\frac{9+1}{2}=5$ होगी

साधारणतया इकाई से आरम्भ करके दो दो के जोड़े बनाते हैं। और यदि अन्त में एक अंक बचे तो उसे भी एक जोड़ा मानते हैं। फिर अंतिम जोड़े से अंक से छोटी वर्ग संख्या लेकर उसका मूल अंक लेते हैं तथा इसके दुगने से, भाग क्रिया आरम्भ की जाती है। जो कई बार काफी लम्बी होती है। परन्तु वैदिक गणित में द्वन्द्व योग की सहायता से क्रिया बहुत सरल हो जाती है और बड़ी बड़ी संख्याओं का वर्ग मूल एक ही पंक्ति में बहुत सरलता और शीघ्रता से निकल जाता है। कई बार बड़ी बड़ी संख्या का वर्ग मूल जब दशमलव के एकाध अंक तक ही मालूम करना हो तो संख्या के पूरे अंकों का प्रयोग किए बिना ही वर्ग मूल निकल जाता है।

9.1 नीचे कुछ पूर्ण वर्ग संख्यायों का वर्ग मूल निकालने के उदाहरण दिए जाते हैं।

(i) 6084 का वर्ग मूल ज्ञात करो।

$$\begin{array}{r|l} & 6084 \\ 14 : & \;\;116 \\ \hline & 78.0 \end{array}$$

क्रिया : प्रथम चरण = बाईं ओर से अन्तिम जोड़ा 60 है। इससे छोटी वर्ग संख्या = 49, जिसका मूल 7 है। अतः वर्ग मूल का प्रथम अंक 7 हुआ और भाजक = 7x2=14

दूसरा चरण = 60-49 = 11, 11 को 8 के साथ रखने पर 118 बना, 118 ÷ 14 = 8-6 अतः दूसरा अंक 8 हुआ।

6 को अन्तिम 9 से जोड़ा तो 64 बना, और $64-8^2=0$

अतः $\sqrt{6084} = 78$

नोटः वर्ग मूल में द्वन्द्व योग क्रिया उत्तर क पहले अंक को छोड़कर अगले अं क से आरम्भ की जाती है ।

(ii) 36 84 49 का वर्ग मू ल ज्ञात करो

$$\begin{array}{r|l} & 36\ 84\ 49 \\ 12 & 0\ 8\ 0 \\ \hline & 607 \end{array}$$

क्रिया - **प्रथम चरण** = अन्तिम जोड़ा 36 है और $36 = 6^2$ अतः वर्ग मूल का प्रथम अंक = 6 और भाजक संख्या = 6x2 = 12

दूसरा चरण = 36-36 = 0, 0 का अगले अंक 8 से जोड़ा तो 08 हुआ 08 ÷ 12 = 0-8, अतः अगला वर्ग मूल का अंक 0 हुआ । $84-0^2 = 84$, 84 ÷ 12 = 7 अतः वर्ग मूल का अगला अंक = 7 हुआ ।

तीसरा चरण - 0 को अगले 4 से जोड़ा तो 4 बना

चौथा चरण = 4 ÷ 12 = 0-4 वर्ग मूल 3 अंकों में ही होगा अतः 607 के आगे दशमलव लगा कर अगला अंक 0 हुआ । शेष 4 को 9 से जोड़ा तो 49 हुआ $49-7^2 = 0$

अतः $\sqrt{368449} = 607$

(iii) 2894444 का वर्ग मूल ज्ञात करो ।

$$\begin{array}{r|l} & 28\ 94\ 44 \\ 10 & \quad 39\ \ 5 \\ \hline & 5\ 3\ 8 \end{array}$$

प्रथम चरण : अन्तिम जोड़े 28 से छोटी वर्ग संख्या = 25, और $25 = 5^2$ अतः वर्ग मूल का प्रथमांक = 5 और भाजक संख्या = 5x2 = 10 और 28-25 = 3 को अगले अंक से जोड़ा तो 39 बना

दूसरा चरण = 39 ÷ 10 = 3-9 अतः वर्ग मूल का दूसरा अंक 3 हुआ ।

तीसरा चरण = शेष 9 को अगले अंक 4 से जोड़ा तो 94 हुआ । $94-3^2 = 85$, 85 ÷10 = 8-5

अतः वर्ग मूल का तीसरा अंक 8 आया ।

चौथा चरण : क्योंकि वर्ग मूल 3 अंकों में ही होगा । 5 को अगले शेष से

जोड़ा तो 544 हुआ ।

$544-38^2$ (में द्वन्द्व योग द्वारा पहले दो पद लेने पर)

$= 544-544 = 0$

38
x 38
$48/6^4 = 544$

अतः $\sqrt{289444} = 538$

वैदिक जांच

289444 की एक अंकीय संख्या = 4

538 की एक अंकीय संख्या = 7

$7^2 = 49$, और 49 की एक अंकीय संख्या = 4

अतः उत्तर शुद्ध है।

(iv) 6017209 का वर्ग मूल ज्ञात करो

	6017209
4	245530
	2453.000

प्रथम चरण = अन्तिम जोड़े 6 से छोटी वर्ग संख्या = 4

और $2^2 = 4$ अतः वर्ग मूल का पहला अंक 4, 6-4 = 2

2 को अगले अंक 0 ले लगाया तो 20 हुआ।

दूसरा चरण = 20 ÷ 4 = 4-4 अतः वर्ग मूल का दूसरा अंक 4 आया शेष 4 को अगले अंक 1 से जोड़ा तो 41 बना।

तीसरा चरण = $41-4^2 = 25$, 25 ÷ 4 = 5-5। अतः उत्तर का तीसरा अंक 5 हुआ। 5 को अगले अंक 7 से जोड़ा तो 57 बना।

चौथा चरण = 57-(4,5 का द्वन्द्व योग)

= 57-40= 17, 17 ÷ 4= 3-5

क्योंकि दी हुई संख्या 7 अंकों की है अतः वर्ग मूल 4 अंको का होगा। और यदि दी ही संख्या पूर्ण वर्ग संख्या ऐसा ज्ञात हो तो आगे क्रिया करने की आवश्यकता नहीं और अभीष्ट वर्ग मूल = 2453 और पूर्ण वर्ग संख्या न हो तो अगली क्रिया के लिए शेष बचे 5 को अगले अंक 2 से जोड़ा तो 52 हुआ।

पाचंवा चरण = 52-(4,5,3) का द्वन्द्व योग

= 52-49 = 3, 3 ÷ 4 = 0-3

अतः दशमलव से आगे का अंक 0 आया। और शेष 3 को अगले अंक जोड़ा तो 30 बना।

छटा चरण = 30 - (5, 3, 1 का द्वन्द्व योग)

= 30-30 = 0, 0 ÷ 4 = 0-0

अतः उत्तर में एक और 0 लगा और 0 को अगले अंक 9 से जोड़ा 9 बना

सातवां चरण = $9-(3)^2$ या 3 का द्वन्द्व योग

= 0, 0 4= 0

अतः दी हुई संख्या पूर्ण वर्ग संख्या ही थी।

या

पाचवें चरण के पांच को शेष बची संख्या 2, 9 से जोड़ने पर संख्या = 529

5209-453 के वर्ग में द्वन्द्व योग द्वारा पहले तीन पद

= 5209-5209 = 0

अतः संख्या पूर्ण वर्ग है

और इसका वर्ग मूल = 2453

नोट :

$$\begin{array}{r} 453 \\ \times\ 453 \\ \hline 4^{9}/3^{0}/9=5209 \end{array}$$

इस प्रकार क्रिया पांचवे चरण में ही पूरी हो गई

9.2 दशमलव के कुछ स्थानों तक वर मूल करना तथा विनकुलम् का प्रयोग

प्रायः प्रश्नों में दशमलव के 2,3 स्थानों तक वर्ग मूल ज्ञात करना होता है। दशमलव के जितने स्थान तक वर्ग मूल निकालना अभीष्ट हो उससे एक स्थान अधिक तक निकालते हैं। और फिर यदि आखिरी अंक 5 से छोटा हो तो उसे छोड़ देते हैं और यदि 5 या 5 से बड़ा हो तो उसके पहले अंक को 1 से बढ़ा देते हैं। विनकुलम् का प्रयोग भाग की क्रिया को ही सरल करने के लिए किया जाता है।

उदाहरण (i) 517 का वर्ग मूल दशमलव के तीन स्थानों तक निकालो।

$$\begin{array}{l|llll} & 5 & 17 & .\ 0\ \ 0 & 0 \\ 4 & & 13 & 5\ \ 10 & 11 \\ \hline & & 22 & .\ 73\ \ 7 & 7 \end{array}$$

= 22. 7 3 8

क्रिया प्रथम चरण = $2^2 = 4$, 5-4 = 1 अतः वर्ग मूल का प्रथम अंक = 2 और अगला भाज्य = 11, भाजक = 2 x 2= 4

दूसरा चरण = 11 ÷ 4 = 2-3, अतः वर्ग मूल का

दूसरा अंक = 2 और अगला भाज्य = 37

तीसरा चरण : दी हुई संख्या तीन अंकों की है अतः वर्ग मूल के पूर्णांश में दो अंक होंगे। अतः 22 के आगे दशमलव बिन्दु लगाया।

$37-2^2$= 33, 33 ÷ 4= 7-5 अतः दशमलव के आगे पहला अंक= 7 और अगला भाज्य 50 हुआ।

पांचवा चरण = अगला शुद्ध भाज्य = 50-(2, 7) का द्वंद योग

= 50-2x7x2 = 22

= 22 ÷ 4 = 3-10

छटा चरण : अगला शुद्ध भाज्य = 100-(2, 7, 3 का द्वन्द्व योग = $100-(2x2x3+7^2)$ = 39

39 ÷4= 7-11, अतः वर्ग मूल का अगला अंक 7 हुआ

सातवां चरण : अगला शुद्ध भाज्य = 110- (2, 7,3,7) का द्वन्द्व योग = 110-70 = 40
40 ÷ 4 = 7-12

अतः दशमलव का चौथा अंक भी 7 आया और तीन स्थानों तक उत्तर = 22.738

(ii) 6 का वर्गमूल दशमलव के तीन स्थानों तक निकालो :

6.0000

4 2440

2.4506

चरणश : क्रिया इस प्रकार होगी

(1) 2^2 = 4, 6-4 = 2 भाजक = 2x2 = 4
(2) 20 ÷ 4 = 4–4
(3) $40-4^2$ = 24, 24 ÷ 4 = 5-4
(4) 40-(2x4x5) = 0,0 ÷ 4= 0–0
(5) $0-(2x4x0+5^2)$ =-25 = $\overline{25}$ ÷ 4
= $\overline{6}$-$\overline{1}$

अतः वर्ग मूल = 2.450$\overline{6}$ = 2.4494
= 2.449

(iii) 435.567 का वर्ग मू ल दशमलव के तीन स्थानों तक निकाला।

क्योंकि दी हुई दशमलव संख्या का पूर्णांश 3 अंकों में है। अतः उत्तर का पूर्णांश दो अंकों में होगा।

$$\begin{array}{r|l} & 435.5670 \\ 4 & 03\ 378 \\ \hline & 20.871\bar{8} \end{array}$$

चरणशः क्रिया इस प्रकार होगी।

(1) $2^2 = 4, 4-4 = 0$, भाजक $= 2x2 = 4$

(2) $03 \div 4 = 0-3$

(3) $35-0^2 = 35 \div 4 = 8-3$

(4) $35 - 2x0x8 = 35, 35 \div 4 = 7-7$

(5) $76-(2x0x7+8^2) = 12, 12 \div 4 = 1-8$

(6) $87-(2x0x1+2x8x7) = -25, \overline{25} \div 4 = 8-7$

अतः वर्ग मूल $= 20.871\bar{8}$

$= 20.8702 = 20.870$

(iv) 534623574 का वर्ग मूल दशमलव के तीन स्थानों तक निकालो

क्योंकि दी हुई संख्या 9 अंकों की है। अतः वर्ग मूल का पूर्णांश $\frac{9+1}{2} = 5$ का होगा।

$$\begin{array}{l} 5\ \ 3\ \ \ 4\ \ 6\ \ 2\ \ 3\ \ 5\ \ 7\ \ 4 \\ 4\ \ \ \ 1\ \ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 5\ \ 7\ \ 7\ \ 11 \\ \hline 2\ \ 3\ \ 1\ \ 2\ \ 1\ \ .\ \ 9\ \ 2\ \ 8\ \ 3 \end{array}$$

चरणशः क्रिया इस प्रकार रहेगी

(1) $2^2 = 4, 5-4 = 1$, भाजक $= 2x2 = 4$

(2) $13 \div 4 = 3-1$

(3) $14-3^2 = 5, 5 \div 4 = 1-1$

(4) $16-2x3x1 = 10, 10 \div 4 = 2-2$

(5) $22-(2x3x2+1^2) = 9, 9 \div 4 = 1-5$

(6) $53-(2x3x1+2x1x2) = 43, 43 \div 4 = 9-7$

(7) $75-(2x3x9+2x1x1+2^2) = 75-60 = 15,$

$15 \div 4 = 2-7$

(8) 77-(2x3x2+2x9x1+2x2x1)

= 77- (12+18+4) = 77-34 = 43

43 ÷ 4= 8-11

(9) 114-(2x8x3+2x1x2+2x2x9+1^2)

= 114-(48+4+36+1) = 114-89=25

25 ÷ 4 = 3-13

अतः वर्ग मूल = 23121.9283

= 23121.928

हम देखते हैं कि छोटी संख्याओं का वर्ग मूल तो शीघ्र ही निकल जाता है। और मौखिक भी क्रिया सरलता से हो जाती है। बड़ी संख्याओं में वर्ग मूल निकालने के लिये यदि किसी चरण की क्रिया लिख कर भी करनी पड़े तो भी परम्परागत विधि की अपेक्षा वैदिक विधि से वर्ग मूल बहुत शीघ्र ठीक ठीक निकाला जा सकता है।

दशम अध्याय

10 विविधताएँ

प्रथम अध्याय में एक ही संख्या को विनकुलम् की सहायता से कई प्रकार से लिखना बताया गया है । अगले अध्यायों में योग, व्यवकलन, गुणा और भाग की कई विधियां बताई गई हैं । इस अध्याय में गुणा और भाग के एक ही प्रश्न को दस दस विधियों से किया गया है । सभी विधियां पहले भी बताई गई है। बच्चों को भी योग , व्यवकलन तथा गुणा भाग के प्रश्नों को खेल खेल में कई कई विधियों से करना सिखाने के लिए इस अध्याय को लिखा गया है ! पर आम तौर पर तो बच्चों को उनकी विधियों का प्रयोग करना चाहिए जिनसे समय कम से कम लगे । इससे उनमें ठीक विधि की चयन करने क्षमता आएगी और मस्तिष्क का विकास भी होगा ।

10.1 97x98 को अधिक से अधिक विधियों से करो ।

(i) 97 ऊर्ध्व तिर्य गम्याम् के प्रयोग से

$$\begin{array}{r} 97 \\ 98 \\ \hline 81/13^{5}/5^{6} \end{array} = 9506$$

(1) 7x8 = 56

(2) 9× 8+9x7 = 135

(3) 9x9 = 81

(ii) 100 एक आधार से यावदूनम् के प्रयोग से

$$98^{-2} \text{x} 97^{-3} = 9506$$

(1) -2x-3 = 06

दूसरा पद = (98-3) या (97-2) = 95

(iii) विनकुलम् के प्रयोग से 'यावदधिकम' द्वारा 100 के आधार से

$$97\text{x}98 = 10\bar{3}\text{x}10\bar{2} = 10\bar{5}06 = 9506$$

पहला पद $= \bar{3}\text{x}\bar{2} = 06$

दूसरा पद $= 10\bar{3}+0\bar{2} = 10\bar{5}$

(iv) विनकुलम् बदलकर ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् द्वारा

$$\begin{array}{r} 10\bar{3} \\ \cdot\, 10\bar{2} \\ \hline 1/0/\bar{5}/0/6 \end{array}$$

(1) 2x3 = 6

(2) 2x0+0x3 = 0

(3) $\bar{2}\text{x}1+1\text{x}\bar{3}+0\text{x}0 = \bar{5}$

$= 10\bar{5}06$ (4) $0\times1+1\times0 = 0$

$= 9506$ (5) $1\times1 = 1$

(v) आधार 10 मानकर , गुणक = 9

$97\times98 = 945/5^6 = 9506$

पहला पद = $7\times8 = 56$

दूसरा पद = $(97+8)\times9$ या $(98+7)\times9 = 945$

(vi) आधार 10, गुणक 10

$97^{-3}\times98^{-2} = 9506$

(1) $-3\times-2 = 6$

(2) $(97-2)$ या $(98-3)\times10 = 950$

(vii) विन्कुलम् के प्रयोग के बाद 10 को आधार लेकर गुणक = 10

$97\times98 = 10\bar{3}\times10\bar{2} = 10\bar{5}06 = 9506$

(1) $\bar{3}\times\bar{2} = 6$

(2) $(10\bar{3}+\bar{2})\times10 = 10\bar{5}0$

(viii) केवल 9 के अंक को ही विन्कुलम् में बदलकर 100 के आधार से

$97\times98 = 1\bar{1}7\times1\bar{1}8 = 1\bar{1}506 = 9506$

(1) $\bar{1}7\times\bar{1}8 = 1/1^5/5^6 = 06$

(2) $1\bar{1}7+\bar{1}8 = 1\bar{1}5$

(ix) केवल 9 अंक को विन्कुलम् में बदलकर ऊर्ध्वतिर्यम् द्वारा

$1\bar{1}7$

$1\bar{1}8$

$1\bar{2}/1^6/1^5/5^6 = 1\bar{1}506 = 9506$

(1) $7\times8 = 56$

(2) $\bar{1}\times8+\bar{1}\times7 = \bar{1}\bar{5}$

(3) $8\times1+1\times7+\bar{1}\times\bar{1} = 16$

(4) $\bar{1}\times1+1\times\bar{1} = \bar{2}$

(5) $1\times1 = 1$

(x) केवल 98 को विन्कुलम् में बदल कर ऊर्ध्वतिर्यम द्वारा ।

$10\bar{2}$

97

$9/7/1^8/1^4 = 96\bar{9}\,\bar{4} = 9506$

(1) $2x7 = \bar{1}4$, दूसरा पद = $7x0+9x\bar{2} = \bar{1}8$

तीसरा पद = 7x1+9x0 = 7, चौथा पद = 9x1 = 9

इसी प्रकार केवल 97 को विनकुलम् में बदलकर ऊर्ध्वतिर्यम् के प्रयोग से कर सकते हैं। फिर उनको 10 और 100 के आधार से भी कर सकते हैं। विद्यार्थियों को स्वयं उनका अभ्यास करना चाहिए।

10.2 (i) 57432 को 988 के साथ दस विधियों से भाग दो

क्योंकि भागफल दो अंकों में होगा।

अतः ध्वजंक विधि द्वारा

88: 574: 32
9 12 12
58 । 128

प्रथम चरण = 57 ÷ 9 = 5-12

दूसरा चरण = 124-5x8 = 84, 84 ÷ 9 = 8-12

तीसरा चरण = 1232-(88x58) में ऊर्ध्व तिर्यम गुण के पहले दो पद लने पर

= 1232- 1104 = 128

अतः भागफल = 58, शेष = 128

(ii) इसी प्रकार विनकुलम् का प्रयोग करने पर

88: 574: 32
9 3 4
$6\bar{2}$ । 128 $432-(88x6\bar{2})$
में पहले दो पद

= 58 । 128 $= 432-31\bar{6} = 128$

(iii) भाजक को विनकुलम् में बदल कर

$988 = 10\bar{1}\bar{2}$

$\bar{1}\bar{2}$: 574:32

10 7 $\bar{1}$

58। ($132-\bar{1}\bar{2}x58$ में केवल दो पद)

$= 58-(\bar{1}32-\bar{1}96)$

$= 58-(\bar{1}32+196)$

= 58- 128

(iv) भाजक को विनकुलम् में बदल कर तीन अंकों को ध्वजंक बनाते हुए

$0\bar{1}\bar{2}$: 57: 432

1   0 $\bar{1}$

58-($\bar{1}$432-0$\bar{1}\bar{2}$x58) पहले तीन पग लेने पर

= 58-($\bar{1}$432-$\overline{696}$)

=58-($\bar{1}$432+696)

= 58- 128

(v) भाजक के इकाई के अंक को विनकुलम् में बदल कर

988 = 99$\bar{2}$

9$\bar{2}$:   574:   32

9   12   7

$58_{1}128$

(1) 57 ÷ 9= 5-12

(2) 124-9x5 = 79, 79 ÷ 9 = 8-7

(3) 732- (9$\bar{2}$x58 के पहले दो पग)

732-616 = 732-604 = 128

या भागफल में विनकुलम् प्रयोग करते हुए

92: 574: 32

9   3 $\bar{2}$

6$\bar{2}$-(232-9$\bar{2}$x6$\bar{2}$ में पहले दो पग)

= 62-($\bar{2}$32-$\bar{3}$04)

= 58-128

(vi) भाजक के दहाई के अंक को विनकुलम् में बदलकर 988 = 10$\bar{2}$8

28:   574:   32

10   7   4

58-(432-$\bar{2}$8x$\bar{5}$8)

पहले दो पग

= 58 - (432-304)

= 58 - 128

(vii) दोनों संख्याओं को विनकुलम् में बदल कर और तीन अंकों को ध्वजंक बनाने पर।

$57432 = 1\overline{43}\ 432$

$988 = 10\overline{12}$

$0\overline{12}$: 143: 432

1 0 0 0

$1\overline{42}$- 128

(1) $1 \div 1 = 1\text{-}0$

(2) $\overline{4}\text{-}1\text{x}0 = \overline{4}, \overline{4} \div 1 = \overline{4}\text{-}0$

(3) $\overline{3}\text{-} (4\text{x}0+\overline{1}\text{x}1)$ 0, $\overline{1}$ और 1, 4 की तिर्यक गुण

$= \overline{2}, \overline{2} \div 1 = \overline{2}\text{-}0$

(4) $= 432\text{-}(0\overline{12}\text{x } 1\overline{42})$ के पहले तीन पद

$= 432\text{-}304$

$= 128$

(viii) भाजक को विनकुलम् में बदल कर परावर्त्य योज्येत से

$10\overline{12}$: 5 7 4 3 2

012: 0 6 0

0 8 4

57/1 1 1 6

0 1 2

1/1 2 8 = 58 - 128

या

$10\overline{12}$: 5 7 4 3 2

(0 6 0)

012 1 $\overline{4}$ 0

0 9 6

58/1 2 8

भागफल = 58, शेष = 128

ix भाजक और भाज्य दोनों को विनकुलम् में बदल कर

$10\overline{12}$: 1 $\overline{4}$ $\overline{3}$ 4 3 2

012 0 1 2

0 $\overline{4}$ $\overline{8}$

0 $\overline{2}$ $\overline{4}$

$1\overline{42}$/ 2 7 $\overline{2}$

58/ 128

X भाजक के दहाई अंक और भाज्य को विनूकूलम में बदल कर

$$
\begin{array}{llr}
10\bar{2}8: & 1\bar{4}\bar{3}: & 432 \\
02\bar{8} & 02\bar{8} & \\
 & & \bar{8}32 \\
 & & 0\bar{2}8 \\
\hline
 & 1\bar{4}\bar{1}-\bar{9}40 &
\end{array}
$$

$$= 59-\bar{9}40$$
$$= 58-(\bar{9}40+988)$$
$$= 58-128$$

या

केवल 988 को ही विनकुलम् में इस प्रकार बदलकर

$$988 = 10\bar{2}8$$

$$
\begin{array}{lr}
10\bar{2}8: & 57432 \\
02\bar{8} & (060) \\
 & 1\bar{4}0 \\
 & 10\bar{4} \\
\hline
 & 58/13\bar{2}
\end{array}
$$

$$58-128$$

विद्यार्थी खेल खेल में और कई प्रकार से इसी प्रश्न को कर सकते है। भाग में मुख्यतः दो ही सूत्रों का प्रयोग होता है। ध्वजांक और परावर्त्य योज्येत। अभ्यास से ही विद्यार्थी यह जान सकते हैं कि किस विधि का किन किन अंकों को विनकुलम् में बदलकर प्रयोग कर सकते हैं। इससे मस्तिष्क का विकास होता है और गणित में रूचि बढ़ती है।

ग्याहरवां अध्याय

11. व्यवहारिक गणित में वैदिक गणित का प्रयोग

व्यवहारिक गणित में योग, व्यवक लन, गुणा और भाग तो स्थान स्थान पर करना ही पड़ता है। और उनके ही सरल विधियों से और शीघ्र करना पूर्व अध्यायों मे बताया गया है।

यहाँ पर अंक गणित, व्यवसायिक गणित, क्षेत्रमिति तथा बीजगणित में वैदिक गणित के प्रयोग के उदाहरण दिये जा रहे हैं।

11.1 साधारण भिन्न को दशमलव भिन्न में बदलना

(i) 576489/ 3274 को दशमलव भिन्न में दशमलव के दो स्थानों तक बदलो।

```
        274. 576489
3            24794
        ----------
           176.080
```

(1) 5 ÷ 3 = 1-2

(2) 27-2x1 = 25 ÷ 3 = 7-4

(3) 46-(2x7+1x7) = 25 ÷ 3 = 6-7

उत्तर का पूर्णांश तीनांकों में होगा अतः दशमलव लगा कर

(4) 74-(6x2+1x4+7x7) = 9, 9 ÷ 3= 0-9

(5) 98-(7x4+0x2+6x7) = 28, 28 ÷ 3=8-4

(6) 49-(2x8+6x4+7x0) =9 ÷ 4=0-9

अतःउत्तर = 176.08

11.2 प्रतिशत

(1) 78 का 63 कितने % है। उत्तर दशमलव के दो अंकों तक निकालो

अभीष्ट प्रतिशत = $\frac{6300}{78}$

```
    8   : 63   00.  00
7            76   11/2
        ---------------
             80 . 769
```

(1) 63 ÷ 7= 8-7

(2) 70 - 8 x 8 =6, 6 ÷ 7=0-6, दशमलव लगाकर

(3) 60-8x0 = 60, 60 ÷ 7=7-11

(4) 110-8x7 = 54 ÷ 7=6-12

(5) 120-6x8 = 72 ÷ 7= 9-9

अतः दो स्थानों तक शुद्ध उत्तर = 80.77%

(ii) 5768 में 469 कितने % दशमलव के दो स्थानों तक उत्तर निकालो ।

अभीष्ठ % = $\frac{46900}{5768}$

$$\begin{array}{rr} 768 : & 46900 \\ 5 & 6810 \\ \hline & 8.131 \end{array}$$

(1) 46 5÷8-6 पूर्णांश एक अंक का होगा अतः दशमलव लगा कर

(2) 69-8x7 = 13, 13 ÷ 5=1-8

(3) 80-(1x7+8x6) = 25, 25 ÷ 5=3-10

(4) 100-(3x7+8x8+1x6) = 9, 9 ÷ 5= 1-4

अतः दो स्थानों तक उत्तर = 8.13%

(iii) 76548/327546 दशमलव के दो स्थानों तक % में बदलो ।

अभीष्ठ % = $\frac{7654800}{327564}$

$$\begin{array}{rr} 27564: & 7\,6\,5\,4\,8\,0\,0 \\ 3 & 1\,3\,6\,9 \\ \hline & 2\,3.3\,6\,9 \end{array}$$

(1) 7 ÷ 3= 2-1

(2) 16-2x2 = 12, 12 ÷ 3= 3-3

(3) 35-(3x2+2x7) = 15, 15 ÷ 3= 3-6

(4) 64-(2x5+3x2+3x7) = 27 ÷ 3=6-9

(5) 98-(2x4+6x2+3x7+3x5) = 42

42 ÷ 3= 9-15

अतः उत्तर = 23.369= 23.37%

11.3 असान्त दोहराये जाने वाले दशमलव

यहाँ एकाधिकेन सूत्र का प्रयोग होता है । अर्थात् पहले जो अंक है उससे 1 अधिक से गुणा करने पर ।

(i) $\frac{1}{7}$ को दशमलव भित्र में बदलो

प्रथम चरण में 1/7 को ऐसी साधारण भिन्न में ही बदला ताकि हरों की इकाई का अंक 9 हो

$$\frac{1}{7} = \frac{7}{49}$$

दूसरा चरण :- अंश 7 को उत्तर के दोहराने वाले दशमलव का दाई ओर का प्रथम अंक मानकर उसे हरों में दहाई के अंक 4 में 1 जोड़कर गुणा किया तो 7x5 = 35 आया अतः दशमलव का दूसरा अंक 5 हुआ और हासिल 3 आया। फिर दूसरा अंक 5x5+3=28 अतः तीसरा अंक 8 आया और हासिल 2 आया। फिर 8x5+2= 42 अतः चौथा अंक 2 आया और हासिल 4 आया।

फिर 2x5+4 = 14 अतः पांचवां अंक 4 आया और हासिल 1 आया।

फिर 4x5+1 = 21 अतः छटा अंक 1 आया और हासिल 2 आया।

फिर 1x5+2= 7 जो दोबारा पहले वाला अर्थात् पहला अंक आ गया और हासिल भी कोई नहीं। इसे आगे गुणा करने पर दूसरा अंक आ जाएगा। अतः 6 अंकों को ही रखते हुए ऊपर बार बार की रेखा खींच कर $\frac{1}{7} = .\overline{124857}$

$\frac{1}{7}$ को बदलने के पश्चात् $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}$ आदि भी सरलता से दशमलव में बदले जा सकते हैं। वेदो में अंको को अक्षरों में और अक्षरों को अंकों में बदलने के लिए कोड का प्रयोग किया जाता है।

इस का तो पूरा विवरण यहां नहीं दिया जा रहा पर 1/7 को दशमलव में बदलने का सरल कोड है। यह कोड है = 'केवलैः सप्तक गुणयात", जिसका अर्थ है 1/7 को दशमलव में बदलने के लिए 143x999 से गुणा करो तो इससे 1/7 के दोहराने वाले दशमलव के सभी अंक आ जाते हैं = 143x999 = 142857

अतः $1/7 = .\overline{142857}$

(ii) $\frac{1}{11}$ को दशमलव भिन्न में बदलो

$\frac{1}{11} = \frac{9}{99}$ अर्थात् दशमलव का दाई ओर का पहला अंक 9 और गुणक दहाई का अंक (9+1) = 10 9x10= 90 अर्थात् दूसरा अंक 0 आया और हासिल 9 आ गया, 0x10+9= 9 जो फिर 9 आ गया अतः $\frac{1}{11} = .\overline{09}$

(iii) $\frac{1}{13}$ को दशमलव भिन्न में बदलो

$\frac{1}{13} = \frac{3}{39}$ अर्थात् दशमलव का प्रथम अंक 3 है।

और गुणक = 4

$\frac{1}{13}$ के लिये जो वैदिक कोड है। उसका अर्थ है $\frac{1}{13}$ को दशमलव में बदलने के लिए $\overline{.076923}$ | 077x999 अतः $\frac{1}{13} = .\overline{076923}$

(iii) $\frac{1}{17}$ को दशमलव भिन्न में बदलो।

$= \frac{7}{119}$ अतः दशमलव का प्रथम अंक = 7

गुणक =11+1 = 12

अत: $\frac{1}{17} = .\overline{0588235294117647}$

कोड से भी = 05882353x99999999

(iv) $\frac{527}{899}$ दशमलव के चार अंकों तक ज्ञात करो।

$899 = 90\bar{1}$

$$\begin{array}{l} 0\bar{1}:\ \ 5\ 27.\ 000 \\ \underline{\ \ \ \ \ \ 9\ \ \ \ \ \ 7\ 551} \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ .\ 5862 \end{array}$$

11.4 व्यवसायिक गणित में वैदिक गणित का प्रयोग

(i) एक आदमी ने 20000 रूपये की पूंजी से व्यापार आरम्भ किया। उसकी पूंजी में प्रथम वर्ष में 4% तथा दूसरे वर्ष में 5% की वृद्धि हुई। 2 वर्षों के अन्त में उसकी पूंजी कितनी हो जायगी।

वृद्धि दर के सूत्र द्वारा

दो वर्ष पश्चात् पूंजी = $20000 \times \frac{104}{100} \times \frac{105}{100}$

$= 2 \times 104 \times 105$

$= 2 \times 10920 = 218402$

(ii) एक आदमी ने 30000 रू. की पूंजी व्यापार में लगाई उसकी पूंजी में प्रथम वर्ष 3% तथा दूसरे वर्ष 4% की वृद्धि हुई पर तीसरे वर्ष 2% की कमी हो गई।

तीन वर्षों के अन्त में उसकी पूंजी बताओ।

तीन वर्ष के अन्त में उसकी पूंजी

$= 30000 \times \frac{103}{100} \times \frac{104}{100} \times \frac{98}{100}$

$= \frac{3 \times 103^{+3} \times 104^{+4} \times 98^{-2}}{100} = \frac{105\ 02\ \overline{24} \times 3}{100}$

$$= \frac{3150672}{100} = 31493.28$$

(iii) एक नगर की जनसंख्या पहले वर्ष 2% बढ़ी दूसरे वर्ष 2% की कमी हुई और तीसरे वर्ष फिर 3 % की वृद्धि हुई। तीन वर्ष के अन्त में जनसंख्या कितनी हो जाएगी यदि आरम्भ में जनसंख्या 1000000 हो

तीन वर्ष पश्चात् जन संख्या $= 10^6 \times \frac{102}{100} \times \frac{98}{100} \times \frac{103}{100}$

$= 102^{+2} x\ 98^{-2} x\ 103^{+3}$

$= 10\ 30\ \overline{412}$

$= 102\ 95\ 88$

(iv) एक पुरुष ने 5000 रुपये 5% की दर से 3 वर्ष के लिए उधार लिए। यदि ब्याज प्रति वर्ष संकलन किया जाए। तो 3 वर्ष पश्चात् उसे कितनी राशि वापिस करनी पड़ेगी।

चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र से

अभीष्ठ राशि $= 5000) (1 + \frac{5}{100})^3$

$= 5000x(1.05)^3$

$= 5000x1.157625$

$= 1157.625x5$

$= 5788.125$

$= 5788$ रुपये।

11.5 क्षेत्रमिति

(i) एक खेत 115 मी. लम्बा और 96 मी. चौड़ा है उसका क्षेत्रफल बताओ।

क्षेत्रफल = +15 -4

$115^{15}\ x\ 9\bar{6}^{-4}$

$= 111\bar{6}0$

= 11040 व. मी.

(ii) एक घनाम की लम्बाई 5.4 मी. चौड़ाई 5.3 मी. और ऊंचाई 5.2 मी. है। उसका आयतन ज्ञात करो।

आयतन = 5.4x5.3x5.2 घ. मी.

वैदिक गणित से

$54x53x52 = \frac{54+3+2}{4} / \frac{4+3+3\times 2+4\times 2}{2} / \ 4 \times 3 \times 2$

$= \frac{59}{4} / \frac{26}{2} / \ 24$

= 14.75/13/24

=148824

अतः आयतन = 148.824 घ . मी .

(iii) एक वृत का क्षे . फ . ज्ञात करो जिसका अर्द्धव्यास 3.2 से . मी . जबकि π = 3.14

क्षेत्रफल = π x अर्द्धव्यास ^{2}	3.2
= 3.14x3.2x3.2	3.2
= 3.14x10.24	34x3/4
= 32.1536 व . मी .	10.24
	3.14
	32.1536

(iv) एक बेलन के आंधार की त्रिज्या 4.2 से . मी . तथा उंचाई 4.5 से . मी . उसका आयतन मालूम करो जबकि 14

आयतन = 3.14x$(4.2)^2$x4.5

वैदिक गणित से

4.2x4.2x4.5 = 16(42+7)/4(2x2+2x5+2x5)/20

= $784/9^{6}/2^{0}$

= 79380   7938

$\overline{314}$

$21/\ 3^{4}/\ 4^{6}/6\ ^{3}/2\ ^{0}/3\ ^{2}$

= 2492532

अतः आयतन = 249.25320

= 249.2532 घ . से . मी .

(v) एक गोले की त्रिज्या 5.2 से . मी . है उसका वक्र पृष्ठ तथा आयतन ज्ञात करो जबकि π =3.14

वक्र पृष्ठ = $4\pi r^2$ = 4x3.14x$(5.2)^2$

= 12.56x27.04

= 339.6224 व . से . मी .

52×52

$= (52+2) \times 5/4$

$= \quad 2704$

$$\frac{1256}{2/1^1/2^4/5^1/5^0/2^0/2^4}$$

$= 3396224$

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} x 3.14 x (5.2)^3$

$= \frac{12.56}{3} \times \frac{56}{4}/\frac{12}{2}/08 \times 56/12/08$

$= \frac{12.56}{3} \times 140.608$

$= \frac{1766.03648}{3} = 555.34549$ से . मी .

$$\frac{\begin{array}{c}140608\\1256\end{array}}{16/1^3/3^2/3^6/3^8/5^2/4^0/4^8} = 176603648$$

11.6 बीज गणित

बीज गणित की व्यवकलन में तो परावर्त्य योज्येत का से प्रयोग होता है । गुणा में ऊर्ध्वतिर्यगुम्यात्' तथा भाग में फिर परावर्त्य योज्येत के सूत्रों का प्रयोग होता है ।

(i) $5x^2-3x+4$ में से $3x^2+4x-5$ घटाओ

$5x^2-3x+4$

$\underset{-}{3x^2}\underset{-}{+4x}\underset{+}{-5}$ चिन्ह बदलकर

$2x^2-7x+9$

(ii) 2a+3b को 3a-2b से गु णा करो

2a+3b ऊर्ध्व तिर्य ग् द्वारा

3a-2b

$6a^2+9ab-4ab-4b^2 = 6a^2+5ab-4b^2$

(iii) $2a^2+3a-2$ को $3a^2-3a+2$ से गु णा करो

$$2a^2+3a-2$$
$$3a^2-3a+2$$

ऊर्ध्वतियग्र्याम् द्वारा बाएं से आरम्भ करके

$=6a^4+(2a^2x-3a+3a^2x3a)+)3a^2x-2+2x2a^2$

$+3ax-3a)+)-3ax-2+3ax2) + (-2x2)$

$=6a^4-6a^3+9a^3-6a^2+4a^2-9a^2+6a+6a-4$

$=6a^4+3a^3-11a^2+12a-4$

(iv) $3x^2-3x+4$ को $2x^2-2x-3$

$$3x^2-3x+4$$
$$2x^2-2x-3$$

$= 3x^2x2x^2+(2x^2x-3x+3x^2x-2x)+(2x^2x4$

$+3x^2x-3+-3xx-2x)-2xx4-3xx-3$

$+4x-3$

$=6x^4-6x^3-6x^3+8x^2-9x^2f+6x^2-8x+9x-12$

$=6x^4-12x^2+5x^2+x-12$

(v) x^4-3x^2+2x-3 को $x-3$ से भाग दो

$x-3$:	$x^4+0x^3-3x^2+2x-3$
$+3$	$3\ \ +9\ \ +18\ \ +60$
	$1+3+6\ \ +20/\ \ 57$

अतः भागफल $= x^3+3x^2+6x+20$, शेष $= 57$

(vi) x^4+2x^3-3x+5 को x^2+2x+3

से भाग दो ।

x^2+2x+3:	$x^4+2x^3+0x^2-3x+5$
$-2\ -3$	$-2\ \ -3$
	$0\ \ +0$
	$6\ \ +9$
	$1+0\ \ \ -3\ -3\ /3\ +14$

अतः भागफल $= x^2-3$

शेष $= 3x+14$

(vii) $x^3-4x^2+5x-2=0$ को हल करो

अनुमान से यदि $x=1$ हो

तो $x^3-4x^2+5x-2=0$

अतः गुणनखण्ड प्रमेय द्वारा x-1 समीकरण के बायें पक्ष का गुणनखण्ड है। अतः x-1 से भाग करने पर

$$
\begin{array}{ll}
x-1: & x^3-4x^2+5x-2 \\
+1 & +1\ -3\ +2 \\
\hline
 & 1\ \ -3\ \ +2\,/0
\end{array}
$$

अतः भागफल $x^2-3x+2=0$

$$(x-2)(x-1)=0$$

$$x=2, 1$$

अतः $x=1, 1, 2$

11.7 लघु गणित में वैदिक गणित का प्रयोग

लघु गणित में ऋणात्मक पूर्णांश किसी अंक पर रेखा खींच कर लिखते हैं जोकि विनकुलम् का ही रूप है। किसी ऋणात्मक संख्या को ऋणात्मक पूर्णांश और घनात्मक अपूर्णांस लिखने में वैदिक निखलं सूत्र का ही प्रयोग होता है।

(i) -3.4235 को इस प्रकार लिखो कि अपूर्णांश घनात्मक हो।

प्रायः इसे इस प्रकार किया जाता है

$$-3.4235=-3-1+1-.4235$$

$$=-4+.5765=\bar{4}.5765$$

और वैदिक निखलं नवतः चरमं दशतः द्वारा

सीधे $-3.4235=\bar{4}.5765$

अर्थात् अन्तिम को 10 से शेष को 9 से घटाया और बाई ओर के पूर्णांश को क्योंकि ऋणात्मक ही रखना है उससे एक कम कारक रूप बनाया इसी प्रकार यदि ऋणात्मक पूर्णांश और घनात्मक अपूर्णांश वाली संख्या को यदि पूर्ण ऋणात्मक सं ख्या में बदलना हो तो फिर इसी सूत्र का प्रयोग किया जाता है और अपूर्णांश के ऋणात्मक भाव में 1 जोड़ दिया जाता है

जैसे $\bar{5}.7634=-4.2366$

(ii) $\bar{3}.5432$ में से $\bar{2}.7645$ घटाओ 'परावर्त्य योज्यित' द्वारा

$$
\begin{array}{lcl}
\bar{3}.5432 & & \bar{3}\,.\,5\;4\;3\;2 \\
-\bar{2}.7645 & = & +\;2\,.\,\bar{7}\;\bar{6}\;\bar{4}\;\bar{5} \\
\hline
 & & 1 \\
 & = & 2.7787
\end{array}
$$

(iii) 3.6784 में से 4.3589 घटाओ

$$
\begin{array}{rl}
 & \bar{3}.\;6\;7\;8\;4 \\
+ & \bar{4}.\;\bar{3}\;\bar{5}\;\bar{8}\;\bar{9} \\
\hline
 & \bar{7}.\;3\;2\;0\;\bar{5} \;=\; \bar{7}\,.\,3\;1\;9\;5
\end{array}
$$

(iv) सरल करो :- $\bar{3}.5768-\bar{4}.9765$

$+\bar{5}.7648-2.5364$

ऋणात्मक संख्याओं में परावर्त्य योज्येत के प्रयोग से

$=\bar{3}.5768+4.\bar{9}\bar{7}\bar{6}\bar{5}+\bar{5}.7648+\bar{2}.\bar{5}\bar{3}\bar{6}\bar{4}$

$= 7.8287$

पूर्णांशों का जोड़ $= \bar{3}+4+\bar{5}+\bar{2} = \bar{6}$

दशांशों का जोड़ $= 5+\bar{9}+7+\bar{5} = \bar{2}$

शतांशों का जोड़ $= 7+\bar{7}+6+\bar{3} = 3$

सहस्रांशों का जोड़ $= 6+\bar{6}+4+\bar{6} = \bar{2}$

दस सहसांशों का जोड़ $= 8+\bar{5}+8+\bar{4} = 7$

$= \bar{6}.\bar{2}\bar{3}27 = \bar{7}.8287$ अभ्यास से सारी क्रिया एक ही पंक्ति में की जा सकती है।

वैदिक जाञ्च

$= \bar{3}.5768$ की एक अंकीय संख्या = 5

-3+5=2, 2+7= 9, 6+8= 14, 1+4= 5

$\bar{4}.9765$ की एक अंकीय संख्या = 5

-4+7 = 3, 3+6= 9

$\bar{5}.7648$ की एक अंकीय संख्या = 2

-5+7 = 2+6 = 8+4=12, 1+2+8= 11, 1+1= 2

2.5364 की एक अंकीय संख्या = 2

$3+6 = 9, 5+4 = 9$

7 . 8287 की एक अंकीय संख्या = 9

$-7+8= 1, 1+2=3, 3+8 = 11, 1+1+7 = 9$

अतः $5-5+2-2= 0$

एक अंकीय संख्या 9 = 0

अतः उत्तर शुद्ध है।

अभ्यास से जाञ्च भी इकट्ठी ही हो जाती है।

11.8 सरल करो $\frac{988 \times 872}{975}$

$$\frac{988 \times 872}{975} = \frac{10\bar{1}\bar{2} \times 1\bar{1}\bar{3}2}{10\bar{3}5}$$

ऊर्ध्व तिर्यक् गुणा द्वारा

$$\frac{1\bar{1}\bar{4}154\bar{4}}{10\bar{3}5} = \frac{861536}{10\bar{3}5}$$

ध्वजंक सूत्र से भाग द्वारा

$$\begin{array}{ll} \bar{3}5. & 86153600 \\ 10 & 659296 \\ \hline & 883.6266 = 883.627 \end{array}$$

दशमलव के तीन स्थानों तक

इस प्रकार यदि लघु गणित की सारिणियों के प्रयोग से करते तों भी शायद इतना ही समय लगता और उत्तर दशमलव के एक स्थान तक ही निकलता और यह अभ्यास से और भी कम समय में हो जाना था।

समाप्तम्

प्राचीन वैदिक गणित के सूत्र

१. एकाधिकेन पूर्वेण
२. निखलं नवतक्ष्चरमं दशतः
३. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम्
४. परावर्त्ययोज्येत्
५. शून्य साम्य समुच्चये
६. आनुरूप्ये शून्यमन्यत्
७. संकलन व्यवकलनाभ्याम्
८. पूरणापूर्णाभ्याम्
९. चलन कलनाभ्याम्
१०. यावदूनम्
११. व्यष्टि समष्टिः
१२. शेषाण्यङ्केन चरमेण
१३. सोपान्त्यद्वयमन्त्यम्
१४. एकन्यूनेन पूर्वेण
१५. गुणित समुच्चयः
१६. गुणक समुच्चयः

181